

Ю. С. Никулина¹, А. В. Никулин¹, М. А. Степанов¹

¹ Новосибирский государственный технический университет

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛИНОМОВ, АППРОКСИМИРУЮЩИХ ПОВЕРХНОСТИ БИФОКАЛЬНОГО ЛИНЗОВОГО КОЛЛИМАТОРА

Общим недостатком существующих методов синтеза поверхности бифокальных линзовых коллиматоров является сложность использования, возникающая из-за отсутствия аналитического решения. Метод последовательных приближений является наиболее простым, его основная проблема заключается в определении коэффициентов степенных полиномов, аппроксимирующих освещенную и теневую поверхности синтезируемой линзы. Для решения этой проблемы предложен аналитический метод определения коэффициентов полиномов, аппроксимирующих освещенную и теневую поверхности бифокального линзового коллиматора. Метод основан на условии равенства электрической длины крайнего луча и луча, проходящего через центр линзы. Получено аналитическое выражение, которое определяет взаимосвязь коэффициентов полиномов, аппроксимирующих теневую и освещенную поверхности бифокальной радиолинзы. Кроме того, полученное аналитическое выражение позволяет определить толщину бифокального коллиматора, что не представлялось возможным ни в одном из известных методов синтеза поверхности бифокальных линзовых коллиматоров. С использованием предложенного аналитического метода рассчитан профиль гипотетического линзового коллиматора.

Ключевые слова: бифокальный линзовый коллиматор, линзовая антенна, поверхность линзового коллиматора, толщина линзового коллиматора.

Введение

Измерение параметров антенн радиотехнических устройств является весьма актуальной задачей. Как известно, измерения могут проводиться на полигонах или в специальных помещениях – безэховых камерах [1–2]. Последние отличаются более высокой точностью измерений, обеспечивают требование секретности и защиты от помех различного рода [2].

При проведении измерений с использованием антенн источник электромагнитной волны должен находиться в ее дальней зоне. Известны технические решения, позволяющие приблизить границу дальней зоны – преобразовать сферический фазовый фронт в плоский. Устройства, основанные на этом принципе, называют коллиматорами [3, 4].

В качестве коллиматоров часто используют радиолинзы. Трансформация фазового фронта происходит в силу того, что фазовая скорость электромагнитной волны в теле линзы и в окружающем ее пространстве различаются. Известны способы построения линз из металлических пластин, отрезков различных линий передач, но наибольшее распространение получили линзы, выполненные из диэлектрических материалов [3–7].

Традиционно в радиодиапазоне в качестве коллиматоров используются одноповерхностные асферические линзы. Однако таким линзам присущ существенный недостаток: даже небольшие смещения облучателя из точки фокуса линзы приводят к существенным искажениям фазового фронта в ее раскрыве [6].

В литературе [3–5, 7] рассмотрены апланатические бифокальные линзовые коллиматоры. Они имеют две преломляющие поверхности и две точки идеальной фокусировки, расположенные не на оптической оси линзы. При облучателе, расположенном в любой из этих двух точек, в раскрыве коллиматора получается плоский фазовый фронт, наклоненный на угол $+\alpha$, задаваемый на этапе расчета коллиматора. Отмечается, что подобные коллиматоры отличаются от одноповерхностных большим углом сканирования.

Существующие методы построения поверхности бифокального коллиматора [3–5, 7] являются трудоемкими, приближенными и не всегда позволяют получить аналитическое решение. Во многом они основаны на использовании графиков и номограмм. Наиболее удобным представляется метод последовательных приближений, основанный

на аппроксимации освещенной и теневой поверхностей линзы степенными полиномами и определении их коэффициентов. Основные трудности при использовании этого метода заключаются в определении коэффициентов аппроксимирующих полиномов. Однако, зная несколько точек на освещенной и теневой поверхности, можно аналитически определить коэффициенты аппроксимирующих полиномов. При этом степень полинома будет равна количеству известных точек поверхностей линзы.

Цель работы – получить аналитические соотношения для расчета двух коэффициентов степенных полиномов, аппроксимирующих поверхности бифокального линзового коллиматора.

Определение коэффициентов полинома, аппроксимирующего поверхности бифокальной линзы

В методе последовательных приближений уравнения поверхностей бифокальной линзы описываются в виде степенного ряда с четными степенями [4]. Ограничимся двумя его членами. Тогда уравнения освещенной и теневой поверхностей в полярной системе координат (начала полярной и декартовой системы координат совпадают и показаны в точке (0;0) на рис. 1) примут вид

$$\begin{cases} \rho_{\text{осв}}(\theta) = \rho_1(1 + A_1 \theta^2); \\ \rho_{\text{тен}}(\theta) = \rho_2(1 + A_2 \theta^2), \end{cases} \quad (1)$$

где ρ_1, ρ_2 – коэффициенты, определяющие расстояние от оси, на которой расположены облучатели до освещенной и теневой поверхностей линзы

соответственно; A_1, A_2 – коэффициенты, определяющие форму освещенной и теневой поверхностей линзы соответственно.

Зная две точки освещенной и две точки теневой поверхности, можно аналитически определить коэффициенты, входящие в уравнения поверхностей. В качестве этих точек можно использовать одну из вершин линзы и точки пересечения главной оптической оси с освещенной и теневой поверхностями линзы.

Линза имеет две вершины с координатами $(X_B; Y_B)$ и $(X_B; -Y_B)$ (рис. 1), принадлежащие одновременно освещенной и теневой поверхностям и называемые краями линзы, которые определяются из уравнения эллипса равных краев [4]

$$Y_B^2 \cos(\alpha)^2 = a^2 / \text{tg}(\alpha)^2 - X_B, \quad (2)$$

где a – расстояние от главной оптической оси до точки фокуса; α – угол наклона фазового фронта (прямая P) в раскрыве линзы. Эти две величины задаются в начале вычислений и определяются размерами линзы и требуемым диапазоном сканирования облучателя. В силу симметрии линзы относительно главной оптической оси две ее вершины полностью эквивалентны. В дальнейшем используем вершину с координатами $(X_B; Y_B)$.

Переведем координаты вершины из декартовой в полярную систему координат:

$$(X_B; Y_B) \rightarrow \begin{cases} \rho(\theta_B) = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}; \\ \theta_B = \arctg \frac{Y_B}{X_B}. \end{cases} \quad (3)$$

Подставив (3) в (1), можно получить коэффициенты A_1 и A_2 :

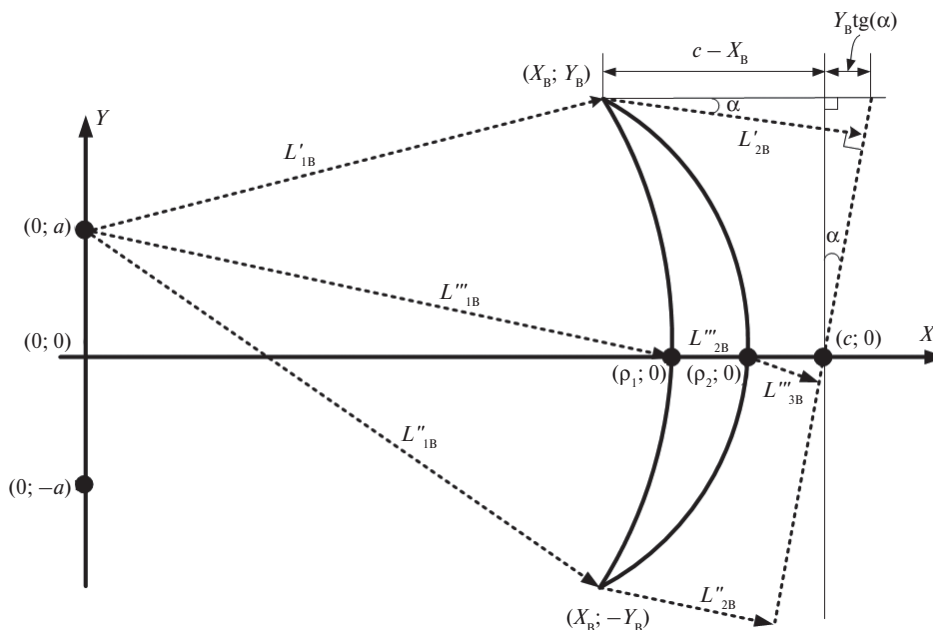


Рисунок 1. Ход лучей в бифокальном линзовом коллиматоре

$$A_1 = \frac{\sqrt{X_B^2 + Y_B^2 - \rho_1}}{\rho_1 \left(\arctg \frac{Y_B}{X_B} \right)^2};$$

$$A_2 = \frac{\sqrt{X_B^2 + Y_B^2 - \rho_2}}{\rho_2 \left(\arctg \frac{Y_B}{X_B} \right)^2}. \quad (4)$$

Неопределенными остаются коэффициенты ρ_1 и ρ_2 , задающие расстояние от оси, на которой расположены облучатели до освещенной и теневой поверхностей линзы соответственно.

Для нахождения этих коэффициентов предлагается использовать условие равенства электрических длин лучей, проходящих через одну из вершин линзы и ее центр. Для линзы, изображенной на рис. 1, и луча, проходящего через верхнюю точку, можно записать

$$(L_{1B}' + L_{2B}')k_1 = L_{1B}'''k_1 + L_{2B}'''k_2 + L_{3B}'''k_1, \quad (5)$$

где L_{1B}' – луч, направленный из облучателя с координатой $(0; a)$ к верхнему краю линзы $(X_B; Y_B)$; L_{2B}' – луч, выходящий из точки $(X_B; Y_B)$; k_1 – волновое число для воздуха; L_{1B}''' , L_{2B}''' , L_{3B}''' – лучи, направленные из облучателя с координатой $(0; a)$ к средней точке линзы $(\rho_1; 0)$, из точки $(\rho_1; 0)$ к точке теневой поверхности с координатой $(\rho_2; y_2)$, из точки $(\rho_2; y_2)$ к измеряемой антенне соответственно; k_2 – волновое число в материале линзы.

Аналогично можно записать условие равенства электрических длин лучей и для второго облучателя с координатой $(0; -a)$. Эти выражения равносильны.

Определим длины лучей, входящие в (5).

Луч L_{1B}''' падает на поверхность линзы под некоторым углом. Длина луча L_{1B}''' может быть определена из геометрии линзы:

$$L_{1B}'''(\rho_1) = \sqrt{\rho_1^2 + a^2}. \quad (6)$$

Луч L_{1B}''' преломляется под некоторым углом. С целью упрощения математических записей предположим, что после преломления он будет равен нулю, то есть длина луча внутри линзы L_{2B}''' равна толщине линзы:

$$L_{2B}'''(\rho_1, \rho_2) = \rho_2 - \rho_1. \quad (7)$$

Таким образом, данный луч проходит расстояние от выбранной точки освещенной поверхности $(\rho_1; 0)$ до точки теневой поверхности $(\rho_2; 0)$. Это справедливо, если преломление происходит в оптически значительно более плотной среде. Иначе, подобное упрощение может приводить к существенным погрешностям при определении теневой и освещенной поверхностей линзы.

Найдем длину луча L_{3B}''' . Для этого достаточно найти значение модуля левой части нормального

уравнения прямой P , описывающей фазовый фронт в интересующей нас точке $(\rho_2; 0)$ [8].

Запишем общее уравнение прямой P :

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)x - y + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)c = 0.$$

Перейдем к нормальному уравнению прямой [8]:

$$\left[\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)x - y - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)c \right] \frac{-1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 1}} = 0.$$

После ряда преобразований

$$\cos(\alpha)(c - x) + \sin(\alpha)y = 0.$$

Подставим значение интересующей нас точки:

$$L_{3B}''' = |\cos(\alpha)(c - \rho_2)|.$$

Так как по определению $c > \rho_2$, то знак модуля можно опустить:

$$L_{3B}''' = \cos(\alpha)(c - \rho_2). \quad (8)$$

Длину луча L_{1B}' , проходящего через край линзы с координатами $(X_B; Y_B)$, можно найти через формулу, определяющую расстояния между двумя точками:

$$L_{1B}' = \sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2}. \quad (9)$$

Длину луча L_{2B}' можно найти из геометрических соображений (см. рис. 1):

$$L_{2B}' = (c - X_B + Y_B \operatorname{tg}(\alpha))\cos(\alpha). \quad (10)$$

Подставив выражения (6)–(10), определяющие длины лучей, в (5), получим уравнение с двумя неизвестными ρ_1 и ρ_2 :

$$\left(\sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2} + (c - X_B + Y_B \operatorname{tg}(\alpha))\cos(\alpha) \right) k_1 =$$

$$= \sqrt{\rho_1^2 + a^2} k_1 + (\rho_2 - \rho_1) k_2 + \cos(\alpha)(c - \rho_2) k_1.$$

Корни этого уравнения определяют искомые коэффициенты ρ_1 , ρ_2 . Представим уравнение в виде функции $\rho_2(\rho_1)$:

$$\rho_2(\rho_1) = \frac{\left(\sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2} + (c - X_B + Y_B \operatorname{tg}(\alpha)) \times \right.}{\left. \times \cos(\alpha) - \sqrt{\rho_1^2 + a^2} - c \cos(\alpha) \right) k_1 + k_2 \rho_1}{k_2 - k_1 \cos(\alpha)}. \quad (11)$$

При всех ρ_1 , ρ_2 , удовлетворяющих формуле (11), разность хода лучей будет нулевой. Границы функции $\rho_2(\rho_1)$ определяются уравнением эллипса краев и требованием, чтобы ρ_1 и ρ_2 лежали по разные стороны от кривой эллипса:

$$\begin{cases} 0 < \rho_1 < a \operatorname{ctg} \alpha; \\ a \operatorname{ctg} \alpha < \rho_2 < c. \end{cases} \quad (12)$$

При любых значениях ρ_1 и ρ_2 , рассчитанных по формуле (11) и удовлетворяющих неравенствам (12),

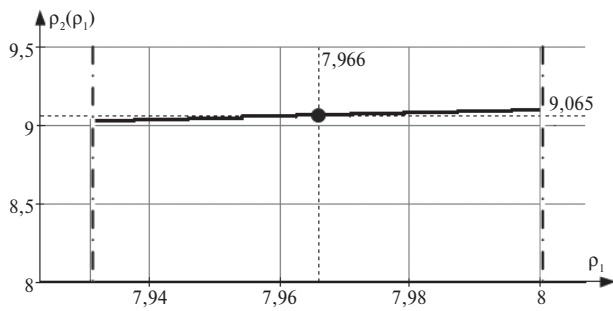


Рисунок 2. Зависимость $\rho_2(\rho_1)$ для рассчитываемой линзы

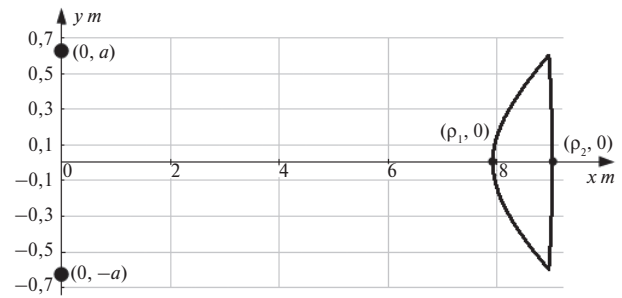


Рисунок 3. Рассчитанный профиль бифокального линзового коллиматора

уравнение (5) обращается в верное тождество, а значит, электрические длины лучей, проходящих через одну из вершин линзы и ее центр, будут равны.

Пример расчета поверхности коллиматора

Для примера определим поверхность линзового коллиматора из экструдированного пенополистирола ($\epsilon_r = 1,047$) при заданных параметрах: частота $f_0 = 9$ ГГц, фокусное расстояние $f = 9$ м, диаметр линзы $D = 1,2$ м, угол наклона фазового фронта к апертуре линзы $\alpha = 4^\circ$, расстояние от главной оптической оси до облучателя рассчитывается из уравнения эллипса краев (2). Для заданных величин $a = 0,631$ м.

Выберем из значений функции $\rho_2(\rho_1)$, график которой показан на рис. 2, по одному коэффициенту для освещенной и теневой поверхностей: $\rho_1 = 7,966$, $\rho_2 = 9,065$. Выбранный коэффициент ρ_1 соответствует середине диапазона допустимых значений,

определяемого по (12). Подставив полученные значения в (4), получим коэффициенты $A_1 = 7,966$ и $A_2 = -1,12$. Профиль линзы, рассчитанный с учетом полученных значений по выражениям (1), показан на рис. 3.

Выводы

Предложен аналитический метод определения двух коэффициентов степенных полиномов, аппроксимирующих освещенную и теневую поверхности бифокального линзового коллиматора.

Исходя из условия равенства электрической длины крайнего луча и луча, проходящего через центр линзы, записано уравнение, решение которого позволяет определить толщину бифокального линзового коллиматора.

С использованием предложенного аналитического метода рассчитан профиль гипотетического линзового коллиматора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне / Л. Д. Бахрах, С. Д. Кременецкий, А. П. Курочкин, В. А. Усин, Я. С. Шифрин. Л.: Наука, 1985. 272 с.
2. Методы измерения характеристик антенно-фидерных устройств / О. В. Попов, Б. В. Сосунов, Н. Г. Фитенко, Ю. А. Хитров. Л.: ВАС, 1990. 182 с.
3. Зелкин Е. Г., Петрова Р. А. Линзовые антенны. М.: Советское радио, 1974. 280 с.
4. Жук М. С., Молочков Ю. Б. Проектирование линзовых, сканирующих, широкодиапазонных антенн и фидерных устройств. М.: Энергия, 1973. 440 с.
5. Peebles A. L. A dielectric bifocal lens for multibeam antenna applications. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1988, no. 5, pp. 599–606.
6. Никулина Ю. С., Степанов М. А. Расчет фазового фронта в раскрыве линзового коллиматора и соответствующей ему диаграммы направленности // Вопросы радиоэлектроники. 2016. № 4. С. 40–46.
7. Brown R. M. Dielectric bifocal lenses. IRE Cov. Rec, vol. 4, 1956, no. 1, pp. 180–187.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. 720 с.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Никулина Юлия Сергеевна, аспирант, кафедра радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д.20, тел.: 8 (383) 346-15-46, e-mail: nikulina-us@yandex.ru.

Никулин Андрей Викторович, к.т.н., доцент, кафедра радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д.20, тел.: 8 (383) 346-15-46, e-mail: andrei.nickulin@yandex.ru.

Степанов Максим Андреевич, к.т.н., доцент, кафедра радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д. 20, тел.: 8 (383) 346-15-46, e-mail: m.stepanov@corp.nstu.ru.

For citation: Nikulina Yu. S., Nikulin A. V., Stepanov M. A. Calculation of polynomial ratio approximated surfaces of bifocal lens. Voprosy radioelektroniki, 2018, no. 4, pp. 29–33. DOI 10.21778/2218-5453-2018-4-29-33

Yu. S. Nikulina, A. V. Nikulin, M. A. Stepanov

CALCULATION OF POLYNOMIAL RATIO APPROXIMATED SURFACES OF BIFOCAL LENS

General imperfection of existent synthesis methods of bifocal lens surface is use complexity emerging over lack of analytical solution. Method of successive approximations is relatively simple, its main problem is determination of power polynomial coefficient approximating illuminated and shadow surface of being synthesized lens. To solve this problem it is suggest analytical determination method of polynomial coefficient approximating illuminated and shadow surface of bifocal lens. This method based on equality condition of electric path length of edge beam and beam passing through lens center. It is obtained analytical equation which permit to determine interdependence polynomials coefficients approximating illuminated and shadow surface of bifocal lens. Moreover, been finded equation allow to calculate bifocal lens thickness, that impossible using known methods of synthesis methods of bifocal lens surface. Cross-section of bifocal lens was be calculated with being suggested analytical method.

Keywords: bifocal lens collimate, lens antenna, surface of lens antenna, thickness of lens antenna.

REFERENCES

1. Bakhrah L. D., Kremenetskiy S. D., Kurochkin A. P., Usin V. A., Shifrin Ya. S. *Metody izmerenij parametrov izluchajushhih sistem v blizhnej zone* [The methods of options calcalations of radiating systems in a near zone]. Leningrad, Nauka Publ., 1985, 272 p. (In Russian).
2. Popov O. V., Sosunov B. V., Fitenko N. G., Khitrov Yu. A. *Metody izmerenija harakteristik antenno-fidernyh ustrojstv* [The methods of characteristics measuring of antenna-feeder devices]. Leningrad, VAS Publ., 1990, 182 p. (In Russian).
3. Zelkin E. G., Petrova R. A. *Linzovye anteny* [Lens antennas]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1974, 280 p. (In Russian).
4. Zhuk M. S., Molochkov Yu. B. *Proektirovanie linzovyh, skanirujushhih, shirokodiapazonnyh antenn i fidernyh ustrojstv* [Designing of lenses, scanning, wide-range antennas and feeder devices]. Moscow, Energiya Publ., 1973, 440 p. (In Russian).
5. Peebles A. L. A dielectric bifocal lens for multibeam antenna applications. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1988, no. 5, pp. 599–606.
6. Nikulina Yu. S., Stepanov M. A. Calculation of the phase front in the aperture of the collimator lens and the corresponding directional pattern. *Voprosy radioelektroniki*, 2016, no. 4, pp. 40–46 (In Russian).
7. Brown R. M. Dielectric bifocal lenses. *IRE Cov. Rec*, vol. 4, 1956, no. 1, pp. 180–187.
8. Korn G., Korn T. *A Spravochnik po matematike dlja nauchnyh rabotnikov i inzhenerov* [Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 720 p. (In Russian).

AUTHORS

Nikulina Yuliya, postgraduate student, Department of Radio Receiving and Transmitting Devices, Novosibirsk State Technical University, 20, prospekt Karla Marksa, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: nikulina-us@yandex.ru.

Nikulin Andrey, PhD, associate professor, Department of Radio Receiving and Transmitting Devices, Novosibirsk State Technical University, 20, prospekt Karla Marksa, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: andrei.nickulin@yandex.ru.

Stepanov Maksim, PhD, associate professor, Department of Radio Receiving and Transmitting Devices, Novosibirsk State Technical University, 20, prospekt Karla Marksa, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: m.stepanov@corp.nstu.ru.