Для цитирования: Киселев А. В., Степанов М. А. Модель распределенного объекта, излучающая статистически независимые сигналы с одинаковыми коэффициентами авто- и взаимной корреляции квадратур // Вопросы радиоэлектроники. 2017. № 4. С. 28–32.
УДК 621.396.96

А. В. Киселев[1], М. А. Степанов[1]

[1] Новосибирский государственный технический университет

МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОБЪЕКТА, ИЗЛУЧАЮЩАЯ СТАТИСТИЧЕСКИ НЕЗАВИСИМЫЕ СИГНАЛЫ С ОДИНАКОВЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ АВТО- И ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ КВАДРАТУР

Рассмотрена возможность замещения шумов координат протяженного радиолокационного объекта малоточечной геометрической моделью, излучающей из всех точек статистически не связанные случайные процессы с одинаковыми коэффициентами авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигнала. Показано, что в этом случае синтез модели сводится к определению координат и количества излучающих точек, а также мощностей излучаемых сигналов, обеспечивающих достоверное моделирование параметров ПРВ шумов координат. Получены соотношения, позволяющие определить коэффициенты корреляции квадратур излучаемых сигналов при таких условиях.

Ключевые слова: *моделирование, имитация, радиолокация, шумы координат, корреляционная функция шумов координат.*

Введение

Любой реальный радиолокационный объект можно представить в виде набора большого количества отражающих (блестящих) точек [1–4]. Фазовый фронт электромагнитной волны, отраженной от такого объекта, будет флуктуировать. Эти флуктуации получили название «шумов координат». Они характеризуются плотностью распределения вероятности (ПРВ) углового положения центра излучения, а также его корреляционной функцией [1]. Очевидно, что при проведении имитационного моделирования необходимо достоверно воспроизводить эти флуктуации. Это производится с использованием геометрических моделей и устройств, на них базирующихся, – матричных имитаторов. При синтезе геометрических моделей и особенно при физической реализации матричных имитаторов основными проблемами являются выбор геометрии модели (определение местоположения излучающих точек) и параметров излучаемых ею сигналов. И геометрия, и параметры сигналов должны обеспечивать адекватное моделирование шумов координат замещаемого объекта, т.е. параметров их ПРВ и корреляционной функции.

В настоящее время довольно подробно рассмотрен вопрос синтеза моделей, обеспечивающих требуемые параметры ПРВ [5]. Также рассмотрены вопросы синтеза моделей, обеспечивающих требуемые параметры корреляционной функции шумов координат [6]. Однако все эти модели накладывают довольно существенные ограничения на замещаемый объект. В частности, они требуют разделимости пространственной и временной переменных в функциях, определяющих отражающие свойства замещаемого объекта.

Цель настоящей работы – предложить геометрическую модель, не требующую разделимости пространственной и временной переменных при задании отражающих свойств замещаемого объекта.

Решение задачи

Согласно принятому критерию адекватности по равенству корреляционных функций шумов координат модели и реального объекта [6], должны выполняться следующие равенства:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} R_{Mi}(\tau) = \sigma_H^2 r_{H\infty}(\tau) \\ \sum_{i=1}^{N} \left(\xi_{Mi} - m_\xi\right)^2 R_{Mi}(\tau) = \sigma_B^2 r_{B\infty}(\tau) \\ \sum_{i=1}^{N} \left(\xi_{Mi} - m_\xi\right) R_{Mi}(\tau) = \sigma_H \sigma_B r_{BH\infty}(\tau) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} S_{Mi}(\tau) = \sigma_H^2 s_{H\infty}(\tau) \\ \sum_{i=1}^{N} \left(\xi_{Mi} - m_\xi\right)^2 S_{Mi}(\tau) = \sigma_B^2 s_{B\infty}(\tau) \\ \sum_{i=1}^{N} \left(\xi_{Mi} - m_\xi\right) S_{Mi}(\tau) = \sigma_H \sigma_B s_{BH\infty}(\tau) \end{cases}$$

где $R_{Mi}(\tau)$, $S_{Mi}(\tau)$ – авто- и взаимная корреляционные функции квадратур сигнала, излучаемого i-й точкой модели; ξ_{MI} – обобщенная координата i-й точки геометрической модели.

Коэффициенты корреляции, относящиеся к замещаемому объекту, обозначены индексами ∞. Корреляционные функции модели, замещающей объект, обозначены индексами M. Системы уравнений, содержащих автокорреляционные функции и взаимные корреляционные функции квадратур эхосигнала, аналогичны, поэтому в дальнейшем для сокращения объема записей будем приводить только выражения для автокорреляционных функций.

Запишем коэффициенты корреляции, используя функцию $F_{R\infty}(\xi, \tau)$, определяющую плотность распределения автокорреляционной функции одноименных квадратур эхосигнала замещаемого объекта [1]:

$$\begin{cases} R_{H\infty}(\tau) = \sigma_H^2 r_{H\infty}(\tau) = \int\limits_\xi \int\limits_x \int\limits_y F_{R\infty}(\xi,\tau)\, dy\, dx\, d\xi \\ R_{B\infty}(\tau) = \sigma_B^2 r_{B\infty}(\tau) = \int\limits_\xi \int\limits_x \int\limits_y \left(\xi - m_\xi\right)^2 F_{R\infty}(\xi,\tau)\, dy\, dx\, d\xi \\ R_{BH\infty}(\tau) = \sigma_H \sigma_B r_{BH\infty}(\tau) = \int\limits_\xi \int\limits_x \int\limits_y \left(\xi - m_\xi\right) F_{R\infty}(\xi,\tau)\, dy\, dx\, d\xi \end{cases}$$

По координатам x и y, вследствие независимости блестящих точек цели, происходит простое суммирование. Это позволяет перейти от объемной задачи к линейной, опуская в целях упрощения записи интегрирование по координатам x и y.

Тогда, исходя из сформулированного критерия адекватности, можно записать

$$\begin{cases} R_{H\infty}(\tau) = R_{HM}(\tau) = \int\limits_\xi F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi \\ R_{B\infty}(\tau) = R_{BM}(\tau) = \int\limits_\xi \left(\xi - m_\xi\right)^2 F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi \\ R_{BH\infty}(\tau) = R_{BHM}(\tau) = \int\limits_\xi \left(\xi - m_\xi\right) F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi \end{cases}$$

Рассмотрим третье уравнение системы:

$$R_{BH\infty}(\tau) = \int\limits_\xi \left(\xi - m_\xi\right) F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi =$$
$$= \int\limits_\xi \xi F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi - m_\xi \int\limits_\xi F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi.$$

Можно записать

$$\int\limits_\xi \xi F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi = R_{BH\infty}(\tau) + m_\xi \int\limits_\xi F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi. \qquad (1)$$

Рассмотрим второе уравнение системы:

$$R_{B\infty}(\tau) = \int\limits_\xi \left(\xi - m_\xi\right)^2 F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi =$$
$$= \int\limits_\xi \xi^2 F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi - 2m_\xi \int\limits_\xi \xi F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi + m_\xi^2 \int\limits_\xi F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi.$$

Подставив (1) в полученное уравнение и с учетом равенства $R_{H\infty}(\tau) = \int\limits_\xi F_{RM}(\xi,\tau)\, d\tau$ [1], получим

$$R_{B\infty}(\tau) = \int\limits_\xi \xi^2 F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi - 2m_\xi \left(R_{BH\infty}(\tau) + m_\xi R_{H\infty}(\tau)\right) +$$
$$+ m_\xi^2 R_{H\infty}(\tau) = \int\limits_\xi \xi^2 F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi - 2m_\xi R_{BHM}(\tau) - m_\xi^2 R_{HM}(\tau).$$

Сгруппировав с одной стороны все корреляционные функции, относящиеся к замещаемому объекту, можно записать

$$\int\limits_\xi \xi^2 F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi = R_{B\infty}(\tau) + 2m_\xi R_{BH\infty}(\tau) + m_\xi^2 R_{H\infty}(\tau).$$

Аналогичное выражение можно получить для взаимных корреляционных функций квадратурных компонент эхосигнала и функции $F_{SM}(\xi,\tau)$:

$$\int\limits_\xi \xi^2 F_{SM}(\xi,\tau)\, d\xi = S_{B\infty}(\tau) + 2m_\xi S_{BH\infty}(\tau) + m_\xi^2 S_{H\infty}(\tau).$$

Или, объединяя оба уравнения в систему:

$$\begin{cases} \int\limits_\xi \xi^2 F_{RM}(\xi,\tau)\, d\xi = R_{B\infty}(\tau) + 2m_\xi R_{BH\infty}(\tau) + m_\xi^2 R_{H\infty}(\tau) \\ \int\limits_\xi \xi^2 F_{SM}(\xi,\tau)\, d\xi = S_{B\infty}(\tau) + 2m_\xi S_{BH\infty}(\tau) + m_\xi^2 S_{H\infty}(\tau) \end{cases} \qquad (2)$$

Полученная система уравнений определяет взаимосвязь авто- и взаимных корреляционных функций квадратурных компонент эхосигнала от замещаемого объекта с аналогичными функциями сигналов, подводимых к излучателям модели. По сути, построение модели сводится к нахождению функций $F_{RM}(\xi,\tau)$ и $F_{SM}(\xi,\tau)$, а также таких координат и количества излучающих точек модели, при которых справедлива полученная система уравнений.

Предположим, что модель состоит N из излучающих точек, расположенных в координатах ξ_{Mi}. К каждой из точек подводятся статистически независимые случайные сигналы. Мгновенные значения каждого из сигналов распределены по нормальному закону. Фаза распределена равновероятно в интервале $[0; 2\pi]$.

Важно напомнить, что рассматриваемая модель не является одномерной. В силу независимости сигналов, излучаемых моделью, по координатам помимо рассматриваемой обобщенной происходит простое алгебраическое суммирование сигналов [1]. В свою очередь, координата ξ_{Mi} определяется как проекция излучающей точки на координатную ось обобщенной координаты ξ_M.

С учетом сделанных допущений, функция $F_{RM}(\xi,\tau)$ может быть представлена в следующем виде:

$$F_{RM}(\xi,\tau)=\sum_{i=1}^{N}\left(\sigma_i^2 r_{Mi}(\tau)\delta(\xi-\xi_{Mi})\right), \tag{3}$$

где $\delta()$ – дельта-функция; $r_{Mi}(\tau)$ – коэффициент корреляции квадратурных компонент сигнала, излучаемого i-й точкой; σ_i^2 – дисперсия сигнала, излучаемого i-й точкой.

Аналогично можно представить и функцию $F_{SM}(\xi,\tau)$, произведя замену $r_{Mi}(\tau)$ в (3) на $s_{Mi}(\tau)$.

Тогда система (2) примет вид

$$\begin{cases}\int\limits_{\xi}\xi^2\sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2 r_{Mi}(\tau)\delta(\xi-\xi_{Mi})d\xi=\\ =R_{B\infty}(\tau)+2m_\xi R_{BH\infty}(\tau)+m_\xi^2 R_{H\infty}(\tau)\\ \int\limits_{\xi}\xi^2\sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2 s_{Mi}(\tau)\delta(\xi-\xi_{Mi})d\xi=\\ =S_{B\infty}(\tau)+2m_\xi S_{BH\infty}(\tau)+m_\xi^2 S_{H\infty}(\tau)\end{cases}$$

Используя фильтрующее свойство дельта-функции, получим

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2\xi_{Mi}^2 r_{Mi}(\tau)=\\ =R_{B\infty}(\tau)+2m_\xi R_{BH\infty}(\tau)+m_\xi^2 R_{H\infty}(\tau)\\ \sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2\xi_{Mi}^2 s_{Mi}(\tau)=\\ =S_{B\infty}(\tau)+2m_\xi S_{BH\infty}(\tau)+m_\xi^2 S_{H\infty}(\tau)\end{cases}$$

Полученная система уравнений определяет взаимосвязь между корреляционными функциями, присущими эхосигналу, отраженному от замещаемого объекта и коэффициентами авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов, излучаемых точками малоточечной геометрической модели. Видно, что коэффициенты корреляции сигналов, излучаемых моделью, и коэффициенты корреляции сигналов, рассеянных замещаемым объектом, связаны линейно.

Запишем полученные выражения через функции $F_{R\infty}(\xi,\tau)$ и $F_{S\infty}(\xi,\tau)$:

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2\xi_{Mi}^2 r_{Mi}(\tau)=\int\limits_{\xi}\left(\xi-m_\xi\right)^2 F_{R\infty}(\xi,\tau)d\xi+\\ +2m_\xi\int\limits_{\xi}\left(\xi-m_\xi\right)F_{R\infty}(\xi,\tau)d\xi+m_\xi^2\int\limits_{\xi}F_{R\infty}(\xi,\tau)d\xi\\ \sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2\xi_{Mi}^2 s_{Mi}(\tau)=\int\limits_{\xi}\left(\xi-m_\xi\right)^2 F_{S\infty}(\xi,\tau)d\xi+\\ +2m_\xi\int\limits_{\xi}\left(\xi-m_\xi\right)F_{S\infty}(\xi,\tau)d\xi+m_\xi^2\int\limits_{\xi}F_{S\infty}(\xi,\tau)d\xi\end{cases}$$

Раскрыв скобки и приведя подобные, можно получить систему уравнений

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2\xi_{Mi}^2 r_{Mi}(\tau)=\int\limits_{\xi}\xi^2 F_{R\infty}(\xi,\tau)d\xi\\ \sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2\xi_{Mi}^2 s_{Mi}(\tau)=\int\limits_{\xi}\xi^2 F_{S\infty}(\xi,\tau)d\xi\end{cases} \tag{4}$$

Для вычисления интегралов перейдем к многоточечной дискретной геометрической модели замещаемого объекта. Разобьем объект на K частей. В пределе, при $K\to\infty$, каждая часть представляет собой точку с обобщенной координатой $\xi_{\infty j}$, где j – порядковый номер фрагмента объекта. Каждый фрагмент объекта отражает сигнал с коэффициентом автокорреляции квадратурных составляющих $r_j(\tau)$ и коэффициентом взаимной корреляции $s_j(\tau)$. Тогда, с учетом статистической независимости сигналов, отраженных от точек объекта, функции $F_{R\infty}(\xi,\tau)$ и $F_{S\infty}(\xi,\tau)$ можно представить в виде

$$\begin{cases}F_{R\infty}(\xi,\tau)=\sum\limits_{j=1}^{K}\left[\sigma_{\infty j}^2 r_j(\tau)\delta\left(\xi-\xi_{\infty j}\right)\right]\\ F_{S\infty}(\xi,\tau)=\sum\limits_{j=1}^{K}\left[\sigma_{\infty j}^2 s_j(\tau)\delta\left(\xi-\xi_{\infty j}\right)\right]\end{cases} \tag{5}$$

где $\sigma_{\infty j}^2$ – дисперсия сигнала, отраженного от j-го фрагмента объекта.

Подставив (5) в (4), получим

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2\xi_{Mi}^2 r_{Mi}(\tau)=\\ =\int\limits_{\xi}\xi^2\sum\limits_{j=1}^{K}\left[\sigma_{\infty j}^2 r_j(\tau)\delta\left(\xi-\xi_{\infty j}\right)\right]d\xi=\sum\limits_{j=1}^{K}\left[\xi_{\infty j}^2\sigma_{\infty j}^2 r_j(\tau)\right]\\ \sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2\xi_{Mi}^2 s_{Mi}(\tau)=\\ =\int\limits_{\xi}\xi^2\sum\limits_{j=1}^{K}\left[\sigma_{\infty j}^2 s_j(\tau)\delta\left(\xi-\xi_{\infty j}\right)\right]d\xi=\sum\limits_{j=1}^{K}\left[\xi_{\infty j}^2\sigma_{\infty j}^2 s_j(\tau)\right]\end{cases} \tag{6}$$

В случае, если все точки модели излучают сигналы с одинаковыми коэффициентами авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих, можно заменить $r_{Mi}(\tau) = r_M(\tau)$ и $s_{Mi}(\tau) = s_M(\tau)$, где индекс M, как и прежде, означает принадлежность коэффициентов корреляции модели.

С учетом введенной замены не сложно определить $r_M(\tau)$ и $s_M(\tau)$:

$$\begin{cases} r_M(\tau) = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{K}\left[\xi_{\infty j}^2 \sigma_{\infty j}^2 r_j(\tau)\right]}{\sum\limits_{i=1}^{N} \sigma_i^2 \xi_{Mi}^2} \\ s_M(\tau) = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{K}\left[\xi_{\infty j}^2 \sigma_{\infty j}^2 s_j(\tau)\right]}{\sum\limits_{i=1}^{N} \sigma_i^2 \xi_{Mi}^2} \end{cases}$$

Таким образом, коэффициенты авто- и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов, излучаемые из всех точек геометрической малоточечной модели, могут быть определены путем алгебраического суммирования авто- и взаимных корреляционных функций квадратурных составляющих эхосигналов от каждой из точек замещаемого объекта, взвешенных квадратом обобщенной координаты соответствующей точки.

Числитель выражения (6) определяется свойствами замещаемого объекта.

Заключение

Синтез малоточечной геометрической модели будет сводиться к следующему:

1. Выбор количества точек модели (числа N) и их координат (ξ_{Mi}). Их можно выбрать, например, таким образом, чтобы модель обеспечивала требуемые значения параметров ПРВ шумов координат.
2. С учетом выбранной конфигурации излучаемых точек определить авто- и взаимные корреляционные функции квадратурных компонент излучаемых сигналов ($\sigma_i^2 r_{Mi}(\tau)$ и $\sigma_i^2 s(\tau)$), при которых будет справедлива система равенств (6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Островитянов Р. В., Басалов Ф. А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1982. 232 с.
2. Штагер Е. А. Рассеяние радиоволн на телах сложной формы. М.: Радио и связь, 1986. 184 с.
3. Радиолокационные системы многофункциональных самолетов. Т. 1. РЛС – информационная основа боевых действий многофункциональных самолетов. Системы и алгоритмы первичной обработки радиолокационных сигналов / под ред. А. И. Канащенкова, В. И. Меркулова. М.: Радиотехника, 2006. 656 с.
4. Фельдман Ю. И., Мандуровский И. А. Теория флуктуаций локационных сигналов, отраженных распределенными целями / под ред. Ю. И. Фельдмана. М.: Радио и связь, 1988. 272 с.
5. Моделирование корреляционных характеристик шумов координат распределенных объектов / В. В. Артюшенко, А. В. Киселев, М. А. Степанов // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. 2015. № 4. С. 19–28.
6. Белоруцкий Р. Ю., Никулин А. В. Замещение поверхности земли дискретной моделью при имитации радиолокационных эхосигналов от нее // Вопросы радиоэлектроники. 2012. Т. 3. № 4. С. 134–144.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Киселев Алексей Васильевич, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д. 20, тел.: 8 (383) 346-15-46, e-mail: nil_rtu@ngs.ru.

Степанов Максим Андреевич, к.т.н., доцент, кафедра радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр-т Карла Маркса, д. 20, тел.: 8 (383) 346-15-46, e-mail: m.stepanov@corp.nstu.ru.

Для цитирования: Kiselev A. V., Stepanov M. A. The model of distributed object emitting statistically independent signals with the same coefficients auto- and cross-correlation of quadrature components. Voprosy radioelektroniki, 2017, no. 4, pp. 28–32.

A. V. Kiselev, M. A. Stepanov

THE MODEL OF DISTRIBUTED OBJECT EMITTING STATISTICALLY INDEPENDENT SIGNALS WITH THE SAME COEFFICIENTS AUTO- AND CROSS-CORRELATION OF QUADRATURE COMPONENTS

The possibility of substitution coordinate radar noise of an extended object small point geometric model, radiating from all points is not statistically associated random processes with the same coefficients auto- and cross-correlation of the quadrature signal components. It is shown that in this case the synthesis model reduces to determining the coordinates and the number of radiating points as well as the power of the emitted signals, providing a reliable modeling coordinate PRV noise parameters. The relations for determining correlation coefficients quadrature signals emitted under such conditions.

Keywords: modeling, simulation, radar, coordinates the noise distribution function.

REFERENCES

1. Ostrovityanov R. V., Basalov F. A. *Statisticheskaja teorija radiolokacii protjazhennyh celej* [Statistical theory of extended radar target]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1982, 232 p. (In Russian).
2. Shtager E. A. *Rassejanie radiovoln na telah slozhnoj formy* [The scattering of radio waves by bodies of complex shape. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1986, 184 p. (In Russian).
3. *Radiolokacionnye sistemy mnogofunkcional'nyh samoletov. T.1. RLS – informacionnaja osnova boevyh dejstvij mnogofunkcional'nyh sa-moletov. Sistemy i algoritmy pervichnoj obrabotki radiolokacionnyh signalov* [Radar systems multipurpose aircraft, vol. 1. Radar – information basis hostilities multipurpose aircraft. Systems and algorithms for primary processing of radar signals]. In: A. I. Kanashchenkova, V. I. Merkulova, ed. Moscow, Radiotekhnika, 2006, 56 p. (In Russian).
4. Feldman Yu. I., Mandurovskiy I. A. *Teorija fluktuacij lokacionnyh signalov, otrazhennyh raspredelennymi celjami* [The theory of fluctuations radar signals reflected distributed goals] In: Yu. I. Feldman ed. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1988, 272 p. (In Russian).
5. Artyushenko V. V., Kiselev A. V., Stepanov M. A. Modeling of correlation characteristics of distributed object angle noises. *Doklady Akademii nauk vysshej shkoly Rossijskoj Federacii.* 2015, no. 4, pp. 19–28 (In Russian).
6. Nikulin A. V., Belorutskiy R. Yu. Replacement of the ground surface of the discrete model for the simulation of radar echoes from her. *Voprosy radiojelektroniki,* 2012, vol. 3, no. 4, pp. 134–144 (In Russian).

AUTHORS

Kiselev Aleksey, PhD, professor, head of Radio receiving and transmitting devices, Novosibirsk State Technical University, 20, Karl Marks av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: nil_rtu@ngs.ru.
Stepanov Maksim, PhD, associate professor, Radio receiving and transmitting devices, Novosibirsk State Technical University, 20, Karl Marks av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: m.stepanov@corp.nstu.ru.