

Ю. С. Никулина¹

¹ Новосибирский государственный технический университет

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПОВЕРХНОСТЕЙ БИФОКАЛЬНОГО ЛИНЗОВОГО КОЛЛИМАТОРА

Предложен алгоритм, позволяющий рассчитать коэффициенты степенных полиномов, аппроксимирующих освещенную и теневую поверхности бифокального линзового коллиматора. Алгоритм основан на обеспечении равенства электрических длин лучей, проходящих из точек фокуса через края линзы и ее тело в предположении, что в раскрыте линзового коллиматора образуется плоский фазовый фронт, наклоненный на заданный угол относительно главной оптической оси. Для каждого из лучей записано выражение, определяющее его электрическую длину. Электрическая длина луча зависит от координат точек освещенной и теневой поверхностей линзы, в которых происходит его преломление. Аналитическое решение полученного уравнения затруднено, поэтому точные значения координат целесообразно определять численными методами. Предложено последовательно находить по три точки, лежащие на теневой и освещенной поверхности. По полученным координатам точек составляются системы уравнений, решением которых являются коэффициенты степенных полиномов, аппроксимирующие освещенную и теневую поверхности линзового коллиматора. Такой алгоритм не накладывает ограничений на величину относительной диэлектрической проницаемости материала, из которого выполняется линза.

Ключевые слова: линзовая антенна, целевая функция, электрическая длина луча

Введение

Бифокальные линзовые антенны имеют две преломляющие поверхности и две точки идеальной фокусировки, расположенные симметрично по обе стороны от оси линзы, что обеспечивает улучшение характеристик сканирования антенны и выражается в расширении сектора сканирования и улучшении качества моделирования при перемещении объекта.

Для построения поверхностей бифокального коллиматора применяются графоаналитические и графические методы [1–3]. Отсутствие аналитического решения усложняет проектирование таких коллиматоров. Кроме того, не каждый набор начальных параметров позволяет получить набор точек, аппроксимирующих поверхности линзового коллиматора. Поэтому зачастую успех проектирования зависит от опыта проектировщика. Какие-либо рекомендации по выбору начальных параметров отсутствуют.

Уравнения поверхностей бифокальной линзы представляют в виде степенного ряда с четными степенями [1]. Традиционно ограничиваются двумя членами ряда и, соответственно, тремя коэффициентами [1]. В этом случае уравнения освещенной и теневой поверхностей в полярной системе координат (начала полярной и декартовой систем координат совпадают и показаны в точке (0; 0) на рисунке) имеют вид

$$\begin{cases} \rho_{\text{осв}}(\theta) = \rho_1(1 + A_1\theta^2 + B_1\theta^4); \\ \rho_{\text{тен}}(\theta) = \rho_2(1 + A_2\theta^2 + B_2\theta^4), \end{cases} \quad (1)$$

где ρ_1, ρ_2 – коэффициенты, определяющие расстояние от оси, на которой расположены облучатели, до освещенной и теневой поверхностей линзы соответственно; A_1, B_1 – коэффициенты, определяющие форму освещенной поверхности линзы; A_2, B_2 – коэффициенты, определяющие форму теневой поверхности линзы.

Основные трудности при использовании метода последовательных приближений заключаются в определении коэффициентов полиномов. Зная несколько точек на освещенной и теневой поверхности, можно определить эти коэффициенты аналитически.

Аналитическое соотношение, позволяющее определить по два коэффициента полиномов, аппроксимирующих поверхности бифокальной линзы, предложено в [4]. Это соотношение было получено в предположении, что луч после преломления на освещенной поверхности линзы в центральной точке располагается по нормали. Так как в центральной точке ($\rho_1; 0$) направление нормали совпадает с главной оптической осью, можно рассчитать два коэффициента (ρ_1 и A_1) для освещенной поверхности и два коэффициента (ρ_2 и A_2) для теневой

поверхности и определить поверхность бифокальной линзовой антенны. Однако такое приближение можно считать справедливым только при преломлении луча в оптически более плотную среду. Рассмотренный упрощенный метод позволяет рассчитывать поверхности бифокальных линз, изготовленных из материалов с высоким значением коэффициента преломления. Линзы, рассчитанные с этим допущением и выполненные из материалов с низким коэффициентом преломления, не обеспечивают качественной фокусировки.

Способ устранения указанного недостатка очевиден: необходимо точно рассчитать угол преломления после падения луча на освещенную поверхность линзы. Кроме того, для повышения точности метода предлагается определить три коэффициента степенного полинома, аппроксимирующего освещенную поверхность, и три коэффициента полинома, аппроксимирующего теньевую поверхность линзы. При этом количество определяемых коэффициентов равно числу точек на соответствующей поверхности линзы.

Цель настоящей работы – разработка метода определения поверхности бифокального коллиматора. Для этого рассмотрим геометрию линзы и обозначим начальные и определяемые при помощи разрабатываемого метода параметры.

Геометрия линзы

Бифокальная линзовая антенна симметрична относительно главной оптической оси x (рис.) и имеет две точки идеальной фокусировки O_1 и O_2 с координатами $(0; a)$ и $(0; -a)$ соответственно. При

размещении в этих точках облучателя в раскрыве линзовой антенны получается плоский фазовый фронт, соответствующий прямой P .

Геометрия бифокальной линзовой антенны

Две вершины линзы A_1 и A_2 с координатами $(X_B; Y_B)$ и $(X_B; -Y_B)$ соответственно (рисунок) принадлежат одновременно освещенной и теневой поверхностям и называются краями линзы. Их определяют из уравнения эллипса равных краев [1]

$$Y_B^2 \cos(\alpha)^2 = a^2 / \operatorname{tg}(\alpha)^2 - X_B^2, \quad (2)$$

где a – расстояние от главной оптической оси Ox до точек фокуса O_1 и O_2 ; α – угол наклона фазового фронта (прямая P) в раскрыве линзы относительно апертуры исследуемой антенны, которая располагается в точке с координатой $M(c; 0)$. Эти две величины задаются в начале вычислений и определяются размерами линзы и требуемым диапазоном сканирования облучателя. В силу симметрии линзы относительно главной оптической оси две ее вершины и два положения точек идеальной фокусировки полностью эквивалентны. Для определенности в дальнейшем используем вершину с координатами $(X_B; Y_B)$ и считаем, что облучатель расположен в точке $(0; a)$.

Аналитический метод определения поверхности бифокального коллиматора

Зная три точки освещенной и три точки теневой поверхностей, можно аналитически определить коэффициенты, входящие в уравнения поверхностей. Найдем координаты этих точек.

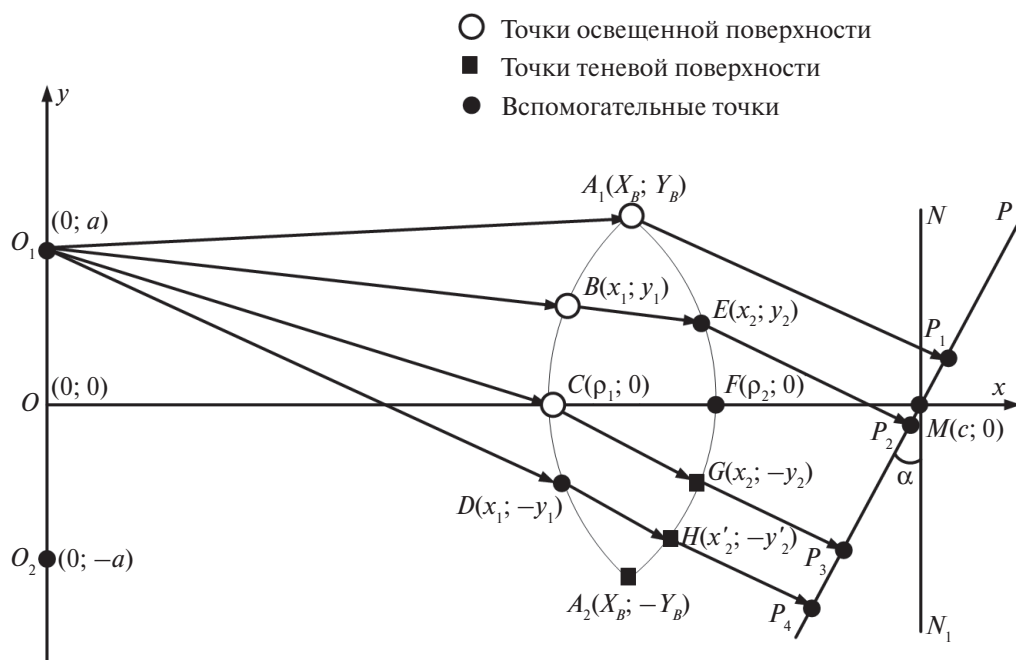


Рисунок. Геометрия бифокальной линзовой антенны

В качестве первой точки будем использовать одну из вершин линзы с координатами $A_1(X_B; Y_B)$. Данная точка принадлежит как освещенной, так и теневой поверхности.

Определим координаты вторых точек освещенной и теневой поверхностей бифокальной линзы. Для этого запишем условие равенства электрических длин лучей, проходящих через одну из вершин линзы и центр линзы с координатой $(\rho_1; 0)$. Для линзы, изображенной на рисунке, и луча, проходящего через верхнюю точку, его можно записать следующим образом:

$$(O_1A_1 + A_1P_1)k_1 = O_1Ck_1 + CGk_2 + GP_3k_1, \quad (3)$$

где O_1A_1 – луч, направленный из облучателя O_1 с координатой $(0; a)$ к верхнему краю линзы $A_1(X_B; Y_B)$; A_1P_1 – луч, преломленный в точке $(X_B; Y_B)$; k_1 – волновое число для воздуха; O_1C – луч, направленный из облучателя с координатой $(0; a)$ и преломляющийся на границе раздела сред в точке освещенной поверхности линзы C с координатой $(\rho_1; 0)$; CG – преломленный в точке $C(\rho_1; 0)$ луч, повторно преломляющийся на границе раздела сред в точке теневой поверхности линзы G с координатой $(x_2; -y_2)$; GP_3 – луч, преломленный в точке $G(x_2; -y_2)$ и принадлежащий прямой, которая моделирует фазовый фронт; k_2 – волновое число материала линзы.

Определим длины лучей, входящие в (3).

Длина луча O_1A_1 может быть определена как

$$O_1A_1(\rho_1) = \sqrt{\rho_1^2 + a^2}. \quad (4)$$

Угол падения $\angle OCO_1$ луча O_1C на границу раздела сред в точке $C(\rho_1; 0)$:

$$\angle OCO_1(\rho_1) = \arcsin \frac{a}{\rho_1}. \quad (5)$$

Угол преломления луча можно определить из закона Снеллиуса:

$$\angle FCG = \arcsin \left(\frac{n_1 \sin(\angle OCO_1(\rho_1))}{n} \right), \quad (6)$$

где n_1 – показатель преломления окружающей среды, в которой расположена линза (обычно эта среда – воздух, поэтому далее будем считать, что $n_1 = 1$); n – показатель преломления материала линзы; $\angle OCO_1$ – угол падения луча O_1C на границу раздела сред; $\angle FCG$ – угол под которым преломляется луч O_1C . Нормалью в точке падения луча на границу раздела сред $(\rho_1; 0)$ будет являться главная оптическая ось линзы x .

После подстановки (5) в (6) угол преломления можно рассчитать по формуле

$$\angle FCG(\rho_1) = \arcsin \left(\frac{a}{\rho_1 n} \right).$$

Длина луча CG определяется из геометрии линзы:

$$CG(\rho_1, x_2) = \frac{x_2 - \rho_1}{\cos(\angle FCG(\rho_1))},$$

где x_2 – координата падения луча CG на границу раздела сред в виде теневой поверхности линзы.

После математических преобразований получаем:

$$CG(\rho_1, x_2) = \frac{x_2 - \rho_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{\rho_1 n} \right)^2}}, \quad (7)$$

Найдем длину луча GP_3 . Для этого достаточно определить значение модуля левой части нормального уравнения прямой GP_3 , описывающей фазовый фронт в интересующей нас точке, в которой луч пересекает теневую поверхность $(x_2; -y_2)$ [5].

Запишем общее уравнение прямой P :

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) x - y + \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) c = 0.$$

Перейдем к нормальному уравнению прямой [5]:

$$\left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) x - y - \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) c \right] \cdot \frac{-1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + 1}} = 0.$$

После ряда преобразований

$$(c - x) \cos \alpha + y \sin \alpha = 0.$$

Подставим значение интересующей нас точки:

$$GP_3(x_2, y_2) = |(c - x_2) \cos \alpha + y_2 \sin \alpha|.$$

Так как по определению $c > \rho_2$, то знак модуля можно опустить:

$$GP_3(x_2, y_2) = (c - x_2) \cos \alpha + y_2 \sin \alpha. \quad (8)$$

Длину луча O_1A_1 , проходящего через край линзы с координатами $(X_B; Y_B)$, можно найти через формулу, определяющую расстояния между двумя точками:

$$O_1A_1 = \sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2}. \quad (9)$$

Длина луча A_1P_1 :

$$A_1P_1 = (c - X_B + Y_B \operatorname{tg} \alpha) \cos \alpha. \quad (10)$$

Подставив определяющие длины лучей выражений (4) и (7)–(10) в (3), получим уравнение с тремя неизвестными ρ_1, x_2 и y_2 :

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2} + (a - X_B + Y_B \operatorname{tg} \alpha) \cos \alpha \right) k_1 = \\ & = \sqrt{\rho_1^2 + a^2} k_1 + \frac{x_2 - \rho_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{\rho_1 n} \right)^2}} k_2 + \\ & + ((c - x_2) \cos \alpha + y_2 \sin \alpha) k_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Аналитически решить полученное уравнение с тремя неизвестными крайне сложно, поэтому

целесообразно рассмотреть численные способы его решения. Для этого перенесем все слагаемые по одну сторону знака равенства и получим функцию трех переменных. Набор параметров, при которых полученная функция равна нулю, обеспечит равенство (11). Поиск нулей функции можно проводить любым численным способом, например градиентным поиском или покоординатным спуском. Целевая функция имеет вид

$$F_{\min}(\rho_1, y_2, x_2) = \left| \sqrt{\rho_1^2 + a^2} k_1 + \frac{x_2 - \rho_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{\rho_1 n}\right)^2}} k_2 + \right. \\ \left. + ((X_B - x_2) \cos \alpha + (y_2 - Y_B) \sin \alpha) k_1 - \right. \\ \left. - \sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2} k_1 \right| \rightarrow 0.$$

Пределы изменения переменной y_2 определяются геометрическими размерами коллиматора, переменными ρ_1 и x_2 , уравнением эллипса краев и требованием, чтобы ρ_1 и x_2 лежали по разные стороны от кривой эллипса:

$$\begin{cases} 0 < \rho_1 < a \operatorname{ctg} \alpha; \\ a \operatorname{ctg} \alpha < x_2 < c; \\ -Y_B < y_2 < 0. \end{cases}$$

Минимизация целевой функции позволит определить коэффициент ρ_1 и положение второй точки освещенной поверхности (ρ_1 ; 0), а также координаты второй точки теневой поверхности (x_2 ; $-y_2$).

Далее найдем координаты третьей точки освещенной поверхности. Так как линза симметрична относительно главной оптической оси, то найденной точке (x_2 ; y_2) будет соответствовать симметричная ей точка с координатами (x_2 ; $-y_2$). Воспользуемся условием равенства электрических длин лучей для определения одной из точек освещенной поверхности с координатами (x_1 ; y_1):

$$(O_1 A_1 + A_1 P_1) k_1 = O_1 B k_1 + B E k_2 + E P_2 k_1, \quad (12)$$

где $O_1 B$ – луч, направленный из облучателя с координатой (0; a) и преломляющийся на границе раздела сред в точке освещенной поверхности линзы B с координатой (x_1 ; y_1); $B E$ – преломленный в точке B (x_1 ; y_1) луч, который повторно преломляется на границе раздела сред в точке теневой поверхности линзы E с координатой (x_2 ; y_2); $E P_2$ – луч, преломленный в точке E (x_2 ; y_2) и принадлежащий прямой, которая моделирует фазовый фронт.

Длина луча $O_1 B$

$$O_1 B(x_1, y_1) = \sqrt{x_1^2 + (y_1 - a)^2}, \quad (13)$$

где (x_1 ; y_1) – координата искомой точки освещенной поверхности, в которой луч $O_1 B$ претерпевает преломление на границе раздела сред.

Длина луча $B E$

$$B E(x_1, y_1) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (14)$$

Аналогично (8) длина луча $E P_2$

$$E P_2 = |(c - x_2) \cos \alpha + y_2 \sin \alpha|. \quad (15)$$

Подставив определяющие длины лучей выражений (9), (10) и (13)–(15) в (12), получим уравнение с двумя неизвестными x_1 и y_1 :

$$\left(\sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2} + (c - X_B + Y_B \operatorname{tg} \alpha) \cos \alpha \right) k_1 = \\ = \sqrt{x_1^2 + (y_1 - a)^2} k_1 + \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} k_2 + \\ + |(c - x_2) \cos \alpha + y_2 \sin \alpha| k_1.$$

Аналогично получим целевую функцию, которую необходимо минимизировать:

$$F_{\min}(y_1, x_1) = \left| \left(\sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2} + (c - X_B + Y_B \operatorname{tg} \alpha) \cos \alpha - \right. \right. \\ \left. - \sqrt{x_1^2 + (y_1 - a)^2} \right) k_1 - |(c - x_2) \cos \alpha + y_2 \sin \alpha| k_1 - \\ \left. - \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} k_2 \right| \rightarrow 0.$$

Пределы изменения переменной x_1 определяются требованием, чтобы она лежала по левую сторону от кривой эллипса, переменной y_1 – геометрии линзы:

$$\begin{cases} 0 < x_1 < a \operatorname{ctg} \alpha; \\ Y_B < y_1 < Y_B. \end{cases}$$

После минимизации функции будут определены координаты третьей точки освещенной поверхности (x_1 ; y_1).

Так как линза симметрична относительно главной оптической оси, то найденной точке (x_1 ; y_1) будет соответствовать симметричная ей точка с координатами (x_1 ; $-y_1$). Воспользуемся условием равенства электрических длин лучей для определения третьей точки теневой поверхности с координатами (x'_2 ; y'_2):

$$(O_1 A_1 + A_1 P_1) k_1 = O_1 D k_1 + D H k_2 + H P_4 k_1, \quad (16)$$

где $O_1 D$ – луч, направленный из облучателя с координатой (0; a) и преломляющийся на границе раздела сред в точке освещенной поверхности линзы D с координатой (x_1 ; $-y_1$); $D H$ – преломленный в точке D (x_1 ; $-y_1$) луч, который повторно преломляется на границе раздела сред в точке теневой поверхности линзы H с координатой (x'_2 ; y'_2); $H P_4$ – луч, преломленный в точке H (x'_2 ; y'_2) и принадлежащий прямой, моделирующей фазовый фронт.

Длина луча $O_1 D$

$$O_1 D = \sqrt{x_1^2 + (-y_1 - a)^2}. \quad (17)$$

Длина луча DH

$$DH(x'_2, y'_2) = \sqrt{(x'_2 - x_1)^2 + (y'_2 - (-y_1))^2}. \quad (18)$$

Аналогично (8) найдем длину луча HP_4 :

$$HP_4(x'_2, y'_2) = |(c - x'_2)\cos\alpha + y'_2\sin\alpha|. \quad (19)$$

Подставив определяющие длины лучей выражений (9), (10) и (17)–(19) в (16), получим уравнение с двумя неизвестными x'_2 и y'_2 :

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2} + (c - X_B + Y_B \operatorname{tg}\alpha)\cos\alpha \right) k_1 = \\ & = \sqrt{x_1^2 + (-y_1 - a)^2} k_1 + \sqrt{(x'_2 - x_1)^2 + (y'_2 - (-y_1))^2} k_2 + \\ & \quad + |(c - x'_2)\cos\alpha + y'_2\sin\alpha| k_1. \end{aligned}$$

Аналогично получим целевую функцию, которую необходимо минимизировать:

$$\begin{aligned} F_{\min}(x'_2, y'_2) = & \left| \left(\sqrt{X_B^2 + (Y_B - a)^2} + (c - X_B + Y_B \operatorname{tg}\alpha)\cos\alpha - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sqrt{x_1^2 + (-y_1 - a)^2} \right) k_1 - |(c - x'_2)\cos\alpha + y'_2\sin\alpha| k_1 - \right. \\ & \left. - \sqrt{(x'_2 - x_1)^2 + (y'_2 - (-y_1))^2} k_2 \right| \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Пределы изменения переменной x'_2 определяются требованием, чтобы она лежала по правую сторону от кривой эллипса, переменной y'_2 – геометрии линзы:

$$\begin{cases} c > x'_2 > a \operatorname{ctg}\alpha; \\ Y_B < y'_2 < Y_B. \end{cases}$$

После минимизации функции будут определены координаты третьей точки теневой поверхности ($x'_2; y'_2$).

Для определения коэффициентов, аппроксимирующих поверхности бифокальной линзы, переведем координаты полученных точек из декартовой в полярную систему координат и составим две системы линейных уравнений. Для освещенной поверхности:

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{X_B^2 + Y_B^2}}{\rho_1} - 1 = A_1 \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^2 + B_1 \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^4; \\ \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{\rho_1} - 1 = A_1 \left(\operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1} \right)^2 + B_1 \left(\operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1} \right)^4. \end{cases}$$

Для теневой поверхности:

$$\begin{cases} \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \rho_2 \left(1 + A_2 \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^2 + B_2 \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^4 \right); \\ \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \rho_2 \left(1 + A_2 \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2}{x_2} \right)^2 + B_2 \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2}{x_2} \right)^4 \right); \\ \sqrt{x_2'^2 + y_2'^2} = \rho_2 \left(1 + A_2 \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2'}{x_2'} \right)^2 + B_2 \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2'}{x_2'} \right)^4 \right). \end{cases}$$

Тогда искомые коэффициенты A_1, B_1, A_2, B_2 и ρ_2 могут быть определены, например, по методу Крамера. Для освещенной поверхности:

$$A_1 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\sqrt{X_B^2 + Y_B^2}}{\rho_1} - 1 & \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^4 \\ \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{\rho_1} - 1 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1} \right)^4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^4 \\ \left(\operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1} \right)^4 \end{vmatrix}};$$

$$B_1 = \frac{\begin{vmatrix} \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^2 & \frac{\sqrt{X_B^2 + Y_B^2}}{\rho_1} - 1 \\ \left(\operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1} \right)^2 & \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}{\rho_1} - 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^4 \\ \left(\operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_1}{x_1} \right)^4 \end{vmatrix}}.$$

Для теневой поверхности:

$$\rho_2 = \frac{\begin{vmatrix} \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} & \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^4 \\ \sqrt{x_1^2 + y_1^2} & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2}{x_2} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2}{x_2} \right)^4 \\ \sqrt{x_1'^2 + y_1'^2} & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2'}{x_2'} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2'}{x_2'} \right)^4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{Y_B}{X_B} \right)^4 \\ 1 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2}{x_2} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2}{x_2} \right)^4 \\ 1 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2'}{x_2'} \right)^2 & \left(\operatorname{arctg} \frac{y_2'}{x_2'} \right)^4 \end{vmatrix}};$$

$$A_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} & \left(\arctg \frac{Y_B}{X_B}\right)^4 \\ 1 & \sqrt{x_1^2 + y_1^2} & \left(\arctg \frac{y_1}{x_1}\right)^4 \\ 1 & \sqrt{x_1'^2 + y_1'^2} & \left(\arctg \frac{y_1'}{x_1'}\right)^4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \left(\arctg \frac{Y_B}{X_B}\right)^2 & \left(\arctg \frac{Y_B}{X_B}\right)^4 \\ \rho_2 & 1 & \left(\arctg \frac{y_2}{x_2}\right)^4 \\ 1 & \left(\arctg \frac{y_2'}{x_2'}\right)^2 & \left(\arctg \frac{y_2'}{x_2'}\right)^4 \end{vmatrix}};$$

$$B_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \left(\arctg \frac{Y_B}{X_B}\right)^2 & \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} \\ 1 & \left(\arctg \frac{y_2}{x_2}\right)^2 & \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \\ 1 & \left(\arctg \frac{y_2'}{x_2'}\right)^2 & \sqrt{x_1'^2 + y_1'^2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \left(\arctg \frac{Y_B}{X_B}\right)^2 & \left(\arctg \frac{Y_B}{X_B}\right)^4 \\ \rho_2 & 1 & \left(\arctg \frac{y_2}{x_2}\right)^4 \\ 1 & \left(\arctg \frac{y_2'}{x_2'}\right)^2 & \left(\arctg \frac{y_2'}{x_2'}\right)^4 \end{vmatrix}}.$$

Таким образом, используя указанный метод, можно рассчитать коэффициенты и определить поверхность бифокальной линзовой антенны.

Выводы

Предложен алгоритм, позволяющий определить коэффициенты степенных полиномов, аппроксимирующих освещенную и теневую поверхности бифокального линзового коллиматора. Алгоритм основан на обеспечении равенства электрических

длин лучей, проходящих через края линзы и ее тело. Для каждого из лучей записано аналитическое выражение, определяющее его электрическую длину и зависящее от координат точек освещенной и теневой поверхностей линзы. Точные значения координат предлагается определять численными методами. Алгоритм не накладывает ограничений на величину относительной диэлектрической проницаемости материала, из которого выполняется линза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жук М. С., Молочков Ю. Б. Проектирование линзовых, сканирующих, широкодиапазонных антенн и фидерных устройств. М.: Энергия, 1973. 440 с.
2. Зелкин Е. Г., Петрова Р. А. Линзовые антенны. М.: Советское радио, 1974. 280 с.
3. Peebles A. L. A dielectric bifocal lens for multibeam antenna applications // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1988. № 5. P. 599–606.
4. Никулина Ю. С., Никулин А. В., Степанов М. А. Расчет коэффициентов полиномов, аппроксимирующих поверхности бифокального линзового коллиматора // Вопросы радиоэлектроники. 2018. № 4. С. 29–33.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. 720 с.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Никулина Юлия Сергеевна, аспирант, кафедра радиоприемных и радиопередающих устройств, Новосибирский государственный технический университет, Российская Федерация, 630073, Новосибирск, просп. Карла Маркса, д. 20, тел.: 8 (383) 346-15-46, e-mail: nikulina-us@yandex.ru.

For citation: Nikulina Yu. S. Algorithm for calculating surfaces of bifocal lens antennas. Voprosy radioelektroniki, 2019, no. 4, pp. 53–59. DOI 10.21778/2218-5453-2019-4-53-59

Yu. S. Nikulina

ALGORITHM FOR CALCULATING SURFACES OF BIFOCAL LENS ANTENNAS

An algorithm is proposed that makes it possible to calculate the coefficients of power polynomials approximating the illuminated and shadow surfaces of bifocal lens antennas. The algorithm is based on providing equality of electrical lengths of rays passing from the focus points through lens body and its edge and on the assumption that the phase front is flat and is inclined at a determined angle relative to the main optical axis of the lens on the aperture of the lens antenna. For each of the rays an expression was written that determines its electrical length. The electrical length of the rays depends on the points coordinates of the illuminated and shadow surface of the lens, in which they are refracted. The analytical solution of the obtained equation is difficult. Therefore, it is proposed to determine the exact coordinate values by numerical methods. The proposed algorithm

determines in series the three points lying on the illuminated and shadow surfaces. The coordinates of the points are used to form systems of equations whose solutions are the coefficients of power polynomials approximating the illuminated and shadow surfaces of the lens antenna. The algorithm does not impose restrictions on the relative dielectric constant of the material from which the lens antenna is made.

Keywords: lens collimate, objective function, electrical length of ray

REFERENCES

1. Zhuk M.S., Molochkov Yu.B. *Proektirovanie linzovyh, skanirujushih, shirokodiapozonnyh antenn i fidernyh ustrojstv* [Designing of lenses, scanning, wide-range antennas and feeder devices]. Moscow, Energiya Publ., 1973, 440 p. (In Russian).
2. Zelkin E.G., Petrova R.A. *Linzovye anteny* [Lens antennas]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1974, 280 p. (In Russian).
3. Peebles A.L. A dielectric bifocal lens for multibeam antenna applications. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1988, no. 5, pp. 599–606.
4. Nikulina Yu. S., Stepanov M.A. Calculation of the phase front in the aperture of the collimator lens and the corresponding directional pattern. *Voprosy radioelektroniki*, 2016, no. 4, pp. 40–46. (In Russian).
5. Korn G., Korn T. *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review*. McGraw-Hill, 1968, 1130 p.

AUTHOR

Nikulina Yuliya, postgraduate student, Department of radio receivers and radio transmitters, Novosibirsk State Technical University, 20, Karl Marks av., Novosibirsk, 630073, Russian Federation, tel.: +7 (383) 346-15-46, e-mail: nikulina-us@yandex.ru.