

К. С. Старченкова¹, Л. А. Манило¹

¹ Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАРШЕГО ПОКАЗАТЕЛЯ ЛЯПУНОВА ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ БИМЕДИЦИНСКИХ СИГНАЛОВ*

В статье рассмотрена актуальная проблема анализа биосигналов с хаотическими свойствами. Ее решение важно для распознавания различных сигналов, связанных с изменением функционального состояния пациента в ходе непрерывного наблюдения. Рассматривается возможность распознавания мерцательной аритмии по сигналам ритмограмм и уровней наркоза по сигналам электроэнцефалографии (ЭЭГ) с помощью показателей Ляпунова. Исходными данными для расчетов служат сигналы сердечного ритма длительностью 300 кардиоциклов и пятисекундные сигналы ЭЭГ. В работе показано, что старший показатель Ляпунова позволяет распознавать мерцательную аритмию на фоне сигналов нормального ритма и частой экстрасистолии, а также стадии наркоза по сигналу ЭЭГ. Разработанный алгоритм предназначен для медицинских компьютерных систем и реализован в программной среде MATLAB.

Ключевые слова: сердечный ритм, наркоз, метод ложных ближайших соседей, корреляционная размерность

Введение

Задачи распознавания биомедицинских сигналов требуют разработки новых методов анализа данных, основанных на современных подходах к исследованию свойств сигналов в различных состояниях биообъекта. Организм человека представляет собой сложную динамическую систему, параметры которой меняются в зависимости от времени и целого ряда внутренних и внешних факторов. С одной стороны, развитие системы описывается устойчивыми закономерностями, повторяющимися с определенной цикличностью, а с другой стороны, динамика системы достаточно хаотична, что и определяет сложность анализируемых сигналов. Современные представления об особенностях сигналов электрокардиографии (ЭКГ) и ЭЭГ указывают на необходимость исследования выраженности их хаотических компонент с применением методов нелинейной динамики [1–8]. Оценка степени их нерегулярности может стать важным признаком для классификации некоторых функциональных состояний организма, а также распознавания ряда патологий.

Одним из наиболее надежных способов детектирования хаоса является определение скорости разбегания фазовых траекторий сигнала, которую можно оценить на основе расчета показателей

Ляпунова. Геометрический смысл этих показателей заключается в том, что две точки, начальные значения которых расположены в некоторой окрестности радиуса ε , за время T разойдутся в n -мерный эллипсоид по n главным полуосям и в момент времени t радиусы будут определяться значениями $\varepsilon e^{\lambda_i t}$, $i = 1, \dots, n$.

Знак старшего показателя Ляпунова полностью характеризует тип колебаний динамической системы. Положительный показатель является признаком хаотичности динамической системы. Старший показатель Ляпунова позволяет идентифицировать тип динамической системы с точки зрения присутствия хаотического поведения, а также способен отражать уровень хаотичности сигнала.

Для расчета показателей Ляпунова необходимо определить параметры вложения системы: временную задержку и размерность пространства вложения. В данной работе временная задержка определяется методом автокорреляционной функции, а размерность пространства вложения методом ложных ближайших соседей и на основе оценки корреляционной размерности. Исследование показателя Ляпунова выполнено для двух задач: распознавание аритмий по ритмограмме и оценка глубины наркоза по ЭЭГ.

* Работа поддержана грантами РФФИ №№ 19-07-00475, 18-29-02036 и 19-29-01009.

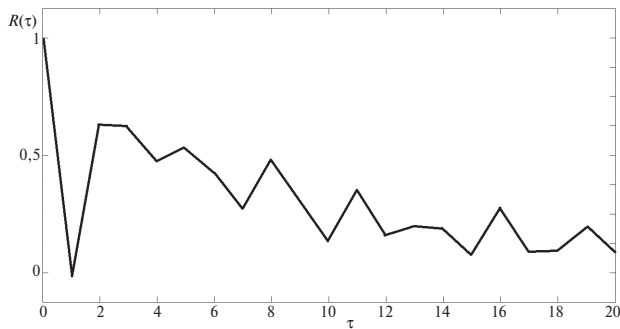


Рисунок 1. Автокорреляционная функция нормального ритма

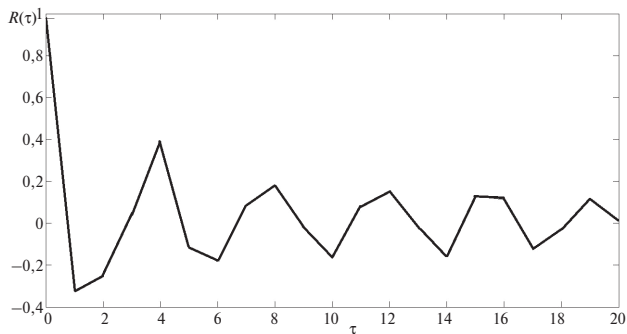


Рисунок 2. Автокорреляционная функция частой экстрасистолии

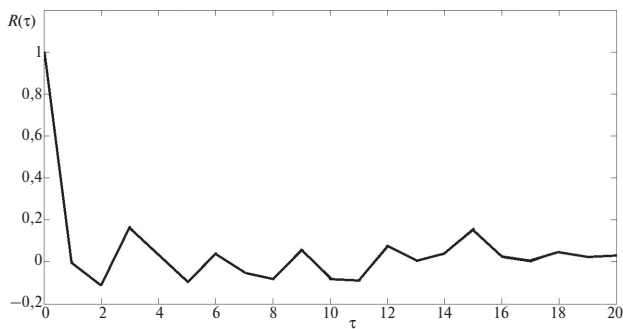


Рисунок 3. Автокорреляционная функция мерцательной аритмии

Распознавание аритмии по ритмограмме

Мерцательная аритмия является одним из самых распространенных и опасных видов нарушений сердечно-сосудистой системы. Первые симптомы этого нарушения проявляются незаметно для пациента, поэтому разработка системы обнаружения мерцательной аритмии на фоне других сердечных заболеваний является в настоящее время актуальной задачей.

С этой целью в работе исследуется возможность распознавания мерцательной аритмии

с использованием нелинейного анализа ритмограммы. В качестве экспериментальных данных используются сигналы ЭКГ нормального ритма (НР), частой экстрасистолии (ЧЭ) и мерцательной аритмии (МА), полученные из баз данных: MIT-BIH Atrial Fibrillation Database, MIT-BIH Arrhythmia Database [9] и Normal Sinus Rhythm RR Interval Database. Для каждой группы ритма обработано по пятьдесят реализаций, представляющих собой последовательности длительностей кардиоциклов в 300 отсчетов.

Определение временной задержки

Наиболее распространенным способом определения временной задержки является метод автокорреляционной функции (АКФ). На рис. 1–3 представлены примеры АКФ $R(\tau)$ для сигналов ритмограмм трех видов сердечного ритма.

Временная задержка выбирается в соответствии с первым нулем АКФ. На основе анализа данных АКФ выбрано значение временной задержки $\tau = 1$ (соответствует первому нулевому значению АКФ).

По виду графиков АКФ можно судить о структуре временного ряда, а именно о наличии нелинейности в сигнале. В работе [10] сделан вывод, что у временного ряда, имеющего сильную нелинейную составляющую, первые значения функции автокорреляции находятся около нуля, а в случае регулярного ряда первые значения АКФ имеют более высокие значения (от 0,5 до 0,9). Проанализировав полученные графики, можно сделать вывод о том, что первые значения АКФ для нормального ритма значительно выше, чем значения для двух других видов ритма. В то же время первые значения мерцательной аритмии находятся вблизи нуля, что является показателем наличия сильной нелинейной составляющей в сигнале.

Определение размерности пространства вложения

Размерность пространства вложения определяется с помощью двух методов: оценки корреляционной размерности и метода ложных ближайших соседей. Для нахождения корреляционной размерности был использован алгоритм Грассбергера – Прокачиа [11], который является одним из самых эффективных способов нелинейного анализа временных рядов. Суть алгоритма заключена в вычислении корреляционного интеграла C_m для разных значений размерности m , построении полученной зависимости в системе координат с двойным логарифмическим масштабам, поиске на ней линейного участка и нахождении углового коэффициента d (рис. 4). Полученная величина d является оценкой корреляционной размерности регулярной выборки отсчетов.

Для нахождения корреляционной размерности сигналов необходимо построить график зависимости значений корреляционной размерности от размерностей пространства вложения. Уровень насыщения графика зависимости D_c от m соответствует

значению корреляционной размерности аттрактора, а значение m , с которого наступает насыщение полученной кривой, является оптимальной размерностью пространства вложения.

С помощью метода ложных ближайших соседей наименьшее значение размерности пространства вложения m может быть определено так, что при переходе от размерности m к размерности $(m + 1)$ количество ложных соседей (точек аттрактора, близких друг к другу в пространстве R_m и отстоящих далеко в R_{m+1}) будет относительно мало. Полученное таким образом значение m определяет наименьшую размерность пространства вложения, в котором возможна реконструкция аттрактора без самопересечений [12].

Результаты статистической обработки полученных значений размерности пространства вложения для сигналов сердечного ритма представлены в табл. 1. Для каждой группы ритма обработано по пятьдесят реализаций, статистическая обработка полученных данных проводилась с помощью пакета MSExcel.

Из данных табл. 1 следует, что значения m для сигналов сердечного ритма, полученные с помощью метода ближайших соседей, соответствуют значениям, рассчитанным методом Грассбергера – Прокаччия. Это свидетельствует об устойчивости получаемых оценок. Для дальнейшего анализа будем использовать следующие значения размерности пространства вложения: для нормального ритма $m = 8$, частой экстрасистолии $m = 13$ и мерцательной аритмии $m = 15$.

Расчет старшего показателя Ляпунова

Существует два метода вычисления старшего показателя Ляпунова. Для данных, порожденных известной системой дифференциальных уравнений, – это алгоритм Бенеттина [13]. В случае если неизвестен закон эволюции динамической системы и получить информацию о режиме его поведения невозможно, используется алгоритм, предложенный Вольфом [14].

Алгоритм следит за парой точек на аттракторе для оценки δ_1 на каждом шаге по времени, по которому старший показатель Ляпунова может быть вычислен, используя формулу

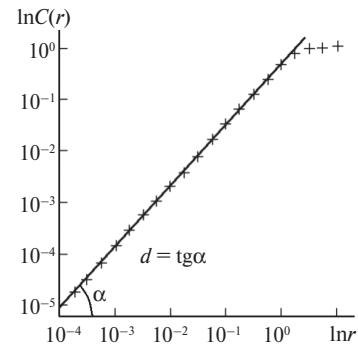


Рисунок 4. Оценка корреляционной размерности методом Грассбергера – Прокаччия

$$\lambda_m = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \delta_m^{(i)},$$

где δ_m – длина m -го вектора после ортогонализации, но перед нормализацией. Схематическая иллюстрация алгоритма приведена на рис. 5.

Работа алгоритма начинается с первой точки данных $y(t_0)$ и ее ближайшего соседа $z_0(t_0)$, которые отдалены на расстояние r_0 . Эти две точки эволюционируют во времени с шагом Δt , пока расстояние r'_0 между ними не превысит некоторую величину ϵ . Эволюционирующая первая точка данных $y(t_1)$ сохраняется, а новый ближайший сосед $z_1(t_1)$ ищется таким образом, что расстояние $r_1 = \|y(t_1) - z_1(t_1)\|$ остается меньше, чем ϵ .

При этом точка $z_1(t_1)$ лежит наиболее близко к $y(t_1)$ в том же направлении, что и $z_0(t_0)$ по отношению к $y(t_1)$. Вычислительная процедура продолжается до тех пор, пока принятая за основу сравнения траектория y не дойдет до конца временного ряда. Старший показатель Ляпунова аттрактора оценивается как

$$\lambda_1 = \frac{1}{m\Delta t} \sum_{k=0}^{L-1} \ln \frac{r'_k}{r_k},$$

где L – число итераций и m – общее число шагов по интервалу времени, в течение которого анализируется траектория y . Единицей измерения

Таблица 1. Результаты статистической обработки полученных значений размерности пространства вложения для сигналов сердечного ритма

Сердечный ритм	Размерность пространства вложения, m	
	Метод Грассбергера – Прокаччия	Метод ложных ближайших соседей
Нормальный ритм	8,60 ± 0,89	8,20 ± 0,42
Частая экстрасистолия	13,40 ± 0,55	13,40 ± 0,70
Мерцательная аритмия	15,20 ± 0,84	15,00

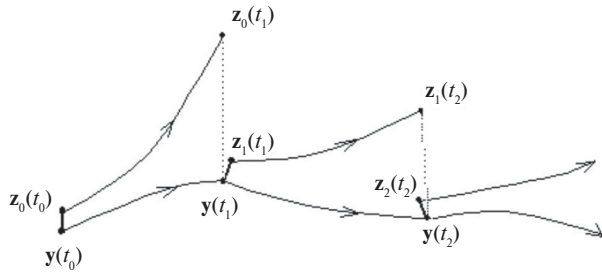


Рисунок 5. Геометрический смысл показателя Ляпунова

показателей Ляпунова служит число бит на одну итерацию.

Для сердечного ритма оптимальная временная задержка равна 1, поэтому старший показатель Ляпунова определяется при значении $\tau = 1$. Однако для повышения достоверности выявления хаотических свойств сигнала дополнительно проведен расчет показателя при нескольких значениях временной задержки. Результаты статистической обработки полученных данных для сигналов сердечного ритма представлены в табл. 2. Для каждой группы ритма обработано по пятьдесят реализаций, статистическая обработка полученных данных проводилась с помощью пакета MSExcel.

Из полученных данных видно, что старший показатель Ляпунова при разных временных задержках принимает положительное значение, что означает наличие хаотической составляющей в системе регуляции сердечного ритма. Результаты эксперимента свидетельствуют о том, что данные сигналы обнаруживают свойства, характерные

для процессов детерминированного хаоса, причем в сигналах с мерцательной аритмией они наиболее выражены. Кроме того, с помощью старшего показателя Ляпунова, вычисленного при $\tau = 1$ и $\tau = 2$, можно распознать мерцательную аритмию на фоне сигналов НР и ЧЭ.

Оценка глубины наркоза по ЭЭГ

Контроль глубины анестезии необходим при проведении хирургических вмешательств, так как требуется поддерживать у пациента состояние глубокого наркоза на протяжении всей операции, а также недопускать раннего выхода из наркоза и введения лишней дозы анестетика.

В качестве второй группы данных используются сигналы ЭЭГ для трех стадий: глубокий наркоз, неглубокий наркоз (начало выхода из наркоза) и состояние после выхода из наркоза. Съем ЭЭГ осуществлялся по одному каналу с помощью электродов, наложенных на лоб пациента. В качестве анестетика использовался препарат пропофол. Для каждой группы сигналов выбрано по 50 реализаций длительностью 5 секунд и частотой дискретизации 250 Гц.

С помощью ранее представленных алгоритмов были определены временная задержка и размерность пространства вложения. Временная задержка, как и размерность пространства вложения, была рассчитана для всей выборки данных. Результаты статистической обработки полученных данных представлены в табл. 3. Для каждой группы ритма обработано по пятьдесят реализаций, статистическая обработка полученных данных проводилась с помощью пакета MSExcel.

По результатам статистической обработки сигналов для расчета старшего показателя Ляпунова

Таблица 2. Результаты статистической обработки значений старшего показателя Ляпунова для сигналов сердечного ритма

Сигнал	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$	$\tau = 5$
Нормальный ритм	0,04 ± 0,01	0,12 ± 0,01	0,12 ± 0,04	0,10 ± 0,03	0,12 ± 0,03
Частая экстрасистолия	0,20 ± 0,01	0,20 ± 0,01	0,20 ± 0,04	0,23 ± 0,04	0,22 ± 0,02
Мерцательная аритмия	0,25 ± 0,02	0,25 ± 0,01	0,25 ± 0,02	0,25 ± 0,05	0,26 ± 0,02

Таблица 3. Результаты статистической обработки значений временной задержки и размерности пространства вложения

Стадия наркоза	Временная задержка τ	Размерность пространства вложения m	
		Метод Грассбергера – Прокаччия	Метод ложных ближайших соседей
Глубокий наркоз	3,00 ± 0,03	5,10 ± 0,32	5,47 ± 0,64
Неглубокий наркоз	3,00 ± 0,05	8,90 ± 0,32	9,20 ± 0,41
После наркоза	3,00 ± 0,20	10,40 ± 0,70	10,07 ± 0,59

ЭЭГ-сигналов было выбрано значение временной задержки $\tau = 3$. Значение размерности пространства вложения при глубоком и неглубоком наркозе равно $m = 5$ и $m = 9$ соответственно, а для состояния после выхода из наркоза $m = 10$. С целью повышения надежности оценки хаотических свойств сигнала старший показатель Ляпунова рассчитан для нескольких последующих значений временной задержки τ . Результаты расчета показателей Ляпунова для трех стадий наркоза представлены в табл. 4. Для каждой группы ритма обработано по пятьдесят реализаций, статистическая обработка полученных данных проводилась с помощью пакета MSExcel.

По результатам анализа данных таблицы можно сделать вывод о том, что для всех записей ЭЭГ-сигналов показатели Ляпунова принимают положительное значение, что говорит о присутствии хаотической составляющей в системе. Значения старшего показателя Ляпунова в состоянии бодрствования значительно больше, чем в стадиях наркоза, что позволяет распознать состояние выхода из наркоза в ходе проведения хирургических операций. В то же время значения старшего показателя Ляпунова при двух стадиях наркоза (глубокий и неглубокий наркоз) трудно различимы. Очевидно, для распознавания начала выхода из стадии глубокого наркоза необходимо привлечение дополнительных параметров, отражающих другие различительные свойства этих сигналов.

Анализ дисперсионного критерия F

Для подтверждения возможности применения старшего показателя Ляпунова для рассмотренных в работе задач был рассчитан дисперсионный критерий F . Этот критерий основан на разделении общей изменчивости данных на межгрупповую изменчивость, которая описывает степень различия между экспериментальными группами, и внутригрупповую изменчивость, характеризующую величину случайных различий между индивидуальными образцами в пределах каждой группы. При условии

истинности нулевой гипотезы для k групп и N измерений F -критерий имеет распределение Фишера с $k - 1$ и $N - k$ степенями свободы. Нулевая гипотеза принимается, если $F \leq F_{кр}$ для требуемого уровня значимости α . $F_{кр} = 3,07$ для используемого в задаче уровня значимости $\alpha = 0,05$ ($k = 3$, $N = 150$). Расчетные значения критерия F приведены в табл. 5.

Полученные значения F удовлетворяют неравенству $F \geq F_{кр}$, поэтому можно сделать вывод о возможности использования старшего показателя Ляпунова для распознавания мерцательной аритмии на фоне частой экстрасистолии и нормального ритма, а также для распознаваний стадий наркоза по ЭЭГ.

Заключение

В работе был использован метод Вольфа для расчета старшего показателя Ляпунова. Рассмотрены две медицинские задачи: распознавание сердечного ритма по сигналам ритмограмм и глубины наркоза по ЭЭГ-сигналу. Найдены оптимальные временные задержки, а также размерности пространства вложения этих сигналов. Для анализа нелинейных свойств сигнала было предложено рассчитывать показатель Ляпунова при разных временных задержках. В двух задачах показатели имели положительные значения при нескольких временных задержках, что говорит о присутствии нелинейной составляющей в анализируемых сигналах.

Таким образом, в работе показана возможность использования старшего показателя Ляпунова для распознавания трех видов сердечного ритма. В задаче анализа уровня анестезии по предложенному показателю можно эффективно распознать состояния глубокого наркоза и выход из наркоза. Результаты проведенных экспериментальных исследований могут быть полезны при разработке алгоритмов распознавания фрагментов мерцательной аритмии по ритмограмме, а также анализа глубины анестезии по ЭЭГ.

Таблица 4. Результаты расчета показателей Ляпунова для трех стадий наркоза

Стадия наркоза	$\tau = 3$	$\tau = 4$	$\tau = 5$	$\tau = 6$	$\tau = 7$
Глубокий наркоз	$0,02 \pm 0,01$	$0,02 \pm 0,01$	$0,04 \pm 0,01$	$0,04 \pm 0,01$	$0,04 \pm 0,01$
Неглубокий наркоз	$0,04 \pm 0,01$	$0,04 \pm 0,01$	$0,05 \pm 0,02$	$0,05 \pm 0,01$	$0,05 \pm 0,02$
После выхода из наркоза	$0,27 \pm 0,02$	$0,27 \pm 0,02$	$0,28 \pm 0,03$	$0,27 \pm 0,01$	$0,27 \pm 0,02$

Таблица 5. Расчетные значения критерия F

Дисперсионный критерий	Распознавание мерцательной аритмии по ритмограмме	Распознавание стадий наркоза по ЭЭГ
F	4,59	4,57

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Роникс Системс. Вариабельность сердечного ритма [Электронный ресурс]. URL: <http://www.kardi.ru/ru/index/Article?&ViewType=view&Id=37> (дата обращения: 21.12.2019).
2. VitalScan. Физиологические основы вариабельности сердечного ритма (BCP) [Электронный ресурс]. URL: http://www.vitalscan.ru/dt_hrv1_ru.htm (дата обращения: 21.12.2019).
3. Бабунц И. В., Мираджанян Э. М., Машаех Ю. А. Азбука анализа вариабельности сердечного ритма. Ставрополь, 2002. 112 с.
4. Аль-Хулейди Н. А. Система обработки и нейросетевого анализа биоэлектрических сигналов для решения задач медицинской диагностики: дисс. канд. техн. наук. Владимир: 2014. 150 с.
5. Антипов О. И., Захаров В. А., Неганов В. А. Особенности применения фрактальных мер детерминированного хаоса к автоматизированному распознаванию стадий сна при полисомнографии // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2012. Т. 15. № 3. С. 101–109.
6. Антипов О. И., Нагорная М. Ю. Показатель Херста биоэлектрических сигналов // Инфокоммуникационные технологии. 2011. № 1 (9). С. 75–77.
7. Хачатрян К. С., Манило Л. А. Метод анализа псевдофазового портрета в задаче распознавания биомедицинских сигналов // Биотехносфера. 2016. № 5 (47). С. 14–18.
8. Старченкова К. С., Манило Л. А. Оценка энтропии ритмограмм для разных видов сердечных аритмий. БИОМЕДСИСТЕМЫ-2019, сборн. тр. конф. Рязань: РГРТУ, 2019. С. 206–209.
9. MIT-BIH Database Distribution [Электронный ресурс]. URL: <http://ecg.mit.edu> (дата обращения: 21.12.2019).
10. Эконометрика. Учебник / под ред. И. И. Елисейевой. М: Финансы и статистика, 2002. 344 с.
11. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. P. 346–349.
12. Старченкова К. С., Манило Л. А. Оценка размерности вложения аттракторов ритмограмм для разных видов сердечных аритмий. 74-я Всероссийская научно-техническая конференция, посвященная Дню радио, сборник трудов. СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2019.
13. Benettin G., Galgani L., et al. Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems: a method for computing all of them // Meccanica. 1980. V. 15. P. 9–30.
14. Wolf A., Swift J. B., et al. Determining Lyapunov exponents from a time series // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1985. No. 16 (3). P. 285–317.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Старченкова Карина Смбаговна, аспирант, ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Российская Федерация, 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5, e-mail: karinasmbatovna@gmail.com.

Манило Людмила Алексеевна, д.т.н., профессор, ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Российская Федерация, 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5, e-mail: lmanilo@yandex.ru.

For citation: Starchenkova K. S., Manilo L. A. Using a senior Lyapunov exponent to recognize biomedical signals. Issues of radio electronics, 2020, no. 3, pp. 23–29. DOI 10.21778/2218-5453-2020-3-23-29

K. S. Starchenkova, L. A. Manilo

USING A SENIOR LYAPUNOV EXPONENT TO RECOGNIZE BIOMEDICAL SIGNALS

The article considers the actual problem of analysis of biosignals with chaotic properties. Its solution is important for the recognition of various signals associated with a change in the functional state of the patient during continuous observation. The paper considers the possibility of recognizing atrial fibrillation of rhythmogram signals and anesthesia levels by EEG signals using Lyapunov indicators. The initial data are heart rhythm signals with a duration of 300 cardiocycles and five-second EEG signals. The work shows that the senior Lyapunov indicator allows one to recognize atrial fibrillation against the background of normal rhythm signals and frequent extrasystole, as well as the stage of anesthesia by the EEG signal. The developed algorithm is intended for medical computer systems and is implemented in the MATLAB software environment.

Keywords: heart rhythm, anesthesia, false nearest neighbors method, correlation dimension

REFERENCES

1. Ronix Systems. Heart rate variability. Available at: <http://www.kardi.ru/en/index/Article?&ViewType=view&Id=37> (accessed 21.12.2019).
2. VitalScan. The physiological basis of heart rate variability (HRV). Available at: http://www.vitalscan.ru/dt_hrv1_ru.htm (accessed 21.12.2019).
3. Babunts I. V., Mirajanyan E. M., Mashaekh Yu. A. *Azбука analiza variabelnosti serdechnogo ritma* [Alphabet of heart rate variability analysis]. Stavropol, 2002, 112 p. (In Russian).

4. Al-Khuleidi N. A. *Sistema obrabotki i neirosetevogo analiza bioelektricheskikh signalov dlya resheniya zadach meditsinskoj diagnostiki* [A system for processing and neural network analysis of bioelectric signals for solving problems of medical diagnostics]. Dis. kand. tekhn. nauk [dissertation]. Vladimir, 2014, 150 p. (In Russian).
5. Antipov O. I., Zakharov V. A., Neganov V. A. Features of the application of fractal measures of determinate chaos to automated recognition of sleep stages during polysomnography. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy*, 2012, vol. 15, no. 3, pp. 101–109. (In Russian).
6. Antipov O. I., Nagornaya M. Yu. Hurst indicator of bioelectric signals. *Infokommunikatsionnye tekhnologii*, 2011, no. 1 (9), pp. 75–77. (In Russian).
7. Khachatryan K. S., Manilo L. A. The method of analysis of a pseudophase portrait in the problem of recognition of biomedical signals. *Biotekhnosfera*, 2016, no. 5 (47), pp. 14–18. (In Russian).
8. Starchenkova K. S., Manilo L. A. Evaluation of the entropy of rhythmograms for different types of cardiac arrhythmias. (Conference proceedings) BIOMEDIS SYSTEMS-2019. Ryazan, RGRTU, 2019, pp. 206–209. (In Russian).
9. MIT-BIH Database Distribution. Available at: <http://ecg.mit.edu> (accessed 21.12.2019).
10. Eliseeva I. I., editor. *Ekonometrika. Uchebnik* [Econometrics. Textbook]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2002, 344 p. (In Russian).
11. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, vol. 50, pp. 346–349.
12. Starchenkova K. S., Manilo L. A. Estimation of the dimension of the attachment of attractors of rhythmograms for different types of cardiac arrhythmias. (Conference proceedings) 74-ya Vserossiiskaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya, posvyashchennaya Dnyu radio. Saint-Petersburg, ETU «LETI», 2019. (In Russian).
13. Benettin G., Galgani L., et al. Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems: a method for computing all of them. *Meccanica*, 1980, vol. 15, pp. 9–30.
14. Wolf A., Swift J. B., et al. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1985, no. 16 (3), pp. 285–317.

AUTHORS

Starchenkova Karina, post-graduate student, Saint-Petersburg Electrotechnical University «LETI», 5, Prof. Popov St., Saint-Petersburg, 197376, Russian Federation, e-mail: karinasmbatovna@gmail.com.

Manilo Lyudmila, D. Sc., professor, Saint-Petersburg Electrotechnical University «LETI», 5, Prof. Popov St., Saint-Petersburg, 197376, Russian Federation, e-mail: lmanilo@yandex.ru.