

Л. С. Егоренков¹, А. И. Митюшов¹, С. А. Карпов¹, И. В. Архипова¹

¹ Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова

СПОСОБ КОДИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ПОМОЩИ ФУНКЦИЙ УОЛША*

Предлагается способ кодирования информации при помощи ортогональных функций. По сравнению с импульсными способами кодирования он не требует наличия синхрогруппы в сигнале, что увеличивает объем передаваемой информации в кодовой посылке, ограниченной во времени. В качестве базисных ортогональных функций предлагается использовать функции Уолша, которые позволяют упростить обработку принятого сигнала. В статье приведены результаты моделирования процесса передачи информации и структурные схемы устройств, позволяющих реализовать предложенный способ.

Ключевые слова: кодирование информации, ортогональные функции, ортогональные преобразования, функции Уолша, обнаружение сигналов.

В условиях, когда информация может быть передана один раз, а время передачи ограничено, необходимы специальные меры для увеличения пропускной способности канала связи. Известно, что информационная емкость канала оценивается выражением

$$V_k = \tau_k \cdot \Delta f_k \cdot \ln \left(\frac{P_c}{P_{ш}} \right),$$

где τ_k – интервал времени, в течение которого принимается сигнал; Δf_k – полоса пропускания канала; P_c и $P_{ш}$ – мощность сигнала и шума в канале. При заданном отношении сигнал/шум и малых фиксированных значениях τ_k и Δf_k резервом увеличения объема передаваемой информации является исключение синхронизации, т.е. использование той части сигнала, которая указывает начало кода для передачи информации. Предлагается для формирования информационного сигнала использовать ортогональные преобразования. Ортогональными называются функции из множества $\{U_n(t)\}$, если

$$\int_{t_0}^{t_0+T} U_n(t) \cdot U_m(t) dt = \begin{cases} C, & \text{если } n = m \\ 0, & \text{если } n \neq m \end{cases}, \quad (1)$$

где m и n – номера функций. Когда постоянная C равна 1, функции $\{U_n(t)\}$ называют ортонормированными.

Принцип разложения произвольной функции в ряд, слагаемые которого входят во множество ортогональных функций $\{U_n(t)\}$, заключается в следующем. Пусть действительный сигнал $x(t)$ определен в интервале $\Delta t = (t_0, t_0+T)$ и может быть представлен в виде ряда

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n U_n(t), \quad (2)$$

где a_n – коэффициенты разложения, которые нужно определить. Для этого умножим обе части (2) на функции $U_m(t)$ и проинтегрируем на интервале Δt :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot U_m(t) dt = \int_{t_0}^{t_0+T} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot U_n(t) \cdot U_m(t) dt = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} U_n(t) \cdot U_m(t) dt.$$

С учетом свойства (1) от суммы ряда останется только одно слагаемое, когда $n = m$. Следовательно,

$$\int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot U_m(t) dt = a_m \cdot C. \quad (3)$$

Отсюда

$$a_m = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot U_m(t) dt, \quad \text{где } m = 0, 1, \dots \quad (4)$$

Таким образом, при известных (заданных) ортогональных функциях множества $\{U_n(t)\}$ можно произвольный сигнал $x(t)$ представить в виде бесконечного, но счетного множества чисел $\{a_0, a_1, a_2, \dots\}$. Более того, известно [1], что реальный сигнал при полном множестве $\{U_n(t)\}$ можно представить с любой точностью конечным множеством чисел $\{a_0, a_1, a_2, \dots, a_{N-1}\}$.

Физический смысл разложения можно понять, если возвести в квадрат обе части выражения (2) и проинтегрировать

$$\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} U_n^2(t) dt = C \cdot \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2. \quad (5)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках НИР № И-А5-4502.

Левая часть (5) представляет энергию сигнала, а в правой части представлена величина, пропорциональная сумме коэффициентов разложения. Следовательно, при разложении в ряд (2) энергия сигнала распределяется по ортогональным (базисным) функциям, а каждый коэффициент разложения a_n показывает долю энергии сигнала, приходящую на свою базисную функцию $Un(t)$.

Обычно ортогональные преобразования используются для фильтрации сигналов, т.е. очистки передаваемой информации от помех. Для этого принимаемый сигнал с помехой раскладывается в ряд по ортогональным функциям, а затем слагаемые ряда, которые содержат энергию помехи, устраняются. После обратного преобразования, то есть после суммирования оставшихся членов ряда, восстанавливается очищенный от помех сигнал. Естественно, что для этих целей необходимо подбирать базис, в котором энергия помех и энергия полезных сигналов распределяется по разным базисным функциям.

Задача кодирования и передачи информации отличается от традиционной задачи фильтрации. Для ее решения можно использовать основное свойство ортогональных функций, суть которого заключается в следующем. Если передаваемый сигнал $x(t) = U_m(t)$, то есть сам является базисной функцией с номером m , то при его преобразовании в базисе $\{Un(t)\}$ только один коэффициент не равен нулю:

$$a_m = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cdot U_m(t) dt = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_0+T} U_m(t) \cdot U_m(t) dt = 1.$$

Остальные коэффициенты в силу свойства (1) будут равны нулю. Если специально создать сигнал, представляющий собой сумму нескольких, например, N базисных функций, то при разложении в этом базисе получится точно N слагаемых ряда, не равных нулю, так как энергия базисных функций не распределяется по другим коэффициентам разложения. Более того, если слагаемые сигнала имеют одинаковую энергию, то все коэффициенты разложения, не равные нулю, будут одинаковы. Отсюда следует, что массив коэффициентов разложения, полученный после преобразования такого сигнала, несет информацию о числе составляющих его базисных функций и их номерах.

Предлагаемый способ кодирования информации заключается в следующем. Каждой базисной функции сопоставляется разряд передаваемого кода. Наличие функции в сигнале соответствует «1», а ее отсутствие – «0». Например, 20 базисных функций могут обеспечить формирование сигнала, который содержит 20-разрядный двоичный код. Информация передается в виде одного импульса длительностью τ_k , представляющего собой сумму базисных функций. После приема импульса находится массив

коэффициентов разложения. Не равные нулю элементы массива соответствуют единице в передаваемом коде.

В идеальном случае (то есть при неискаженном сигнале без помех) коэффициенты разложения отсутствующих базисных функций равны нулю, а коэффициенты имеющихся функций должны иметь одинаковые значения. Однако искажения сигнала и шумы в приемном тракте приведут к тому, что коэффициенты разложения для имеющихся в сигнале базисных функций будут разные, а остальные элементы массива не будут равны нулю. Следовательно, необходимо по каждой базисной функции принимать решение о ее наличии в принимаемом сигнале, то есть решать задачу обнаружения, которая сводится к сравнению с порогом коэффициентов разложения, полученных в результате преобразования. Структурная схема устройства кодирования приведена на рис. 1.

Устройство работает следующим образом. Набор генераторов вырабатывает сигналы, представляющие собой базисные функции. Количество генераторов равно количеству разрядов передаваемого кода. В регистр RG1 записывается код, который необходимо передать. Единица, записанная в какой-либо разряд, приводит к появлению на соответствующем выходе регистра высокого уровня напряжения. Выходы регистра подключены к управляющим входам электронных ключей. При наличии высокого напряжения на управляющем входе ключ замыкается, и сигнал с выхода генератора проходит на сумматор. На выходе сумматора формируется сумма базисных функций, соответствующих записанному в регистр коду. На временной селектор ВС поступает импульс строба, который разрешает прохождение суммарного сигнала на интервале τ_k . Выходной информационный сигнал далее поступает на передающее устройство.

На приемной стороне производится преобразование полученных кодов, то есть определение коэффициентов разложения и принятие решения о наличии базисных ортогональных функций в принимаемом сигнале. Структурная схема устройства декодирования приведена на рис. 2.

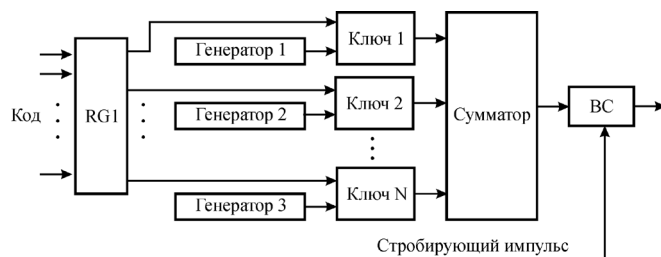


Рисунок 1. Структурная схема устройства кодирования

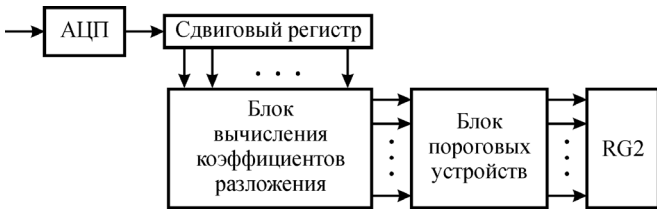


Рисунок 2. Структурная схема устройства декодирования

Напряжение с выхода приемника подается на аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Интервал дискретизации АЦП должен быть согласован со спектром передаваемого сигнала. С выхода АЦП цифровые коды поступают на сдвиговый регистр и продвигаются по нему с каждым тактом работы. После приема всего кода регистр будет заполнен. Блок вычисления коэффициентов разложения производит преобразование полученных временных отсчетов в известном базисе по формуле (4). Естественно, что для обеспечения вычислений в память блока заранее необходимо записать значения базисных функций.

Вычисленные значения коэффициентов разложения подаются на блок пороговых устройств, в котором в зависимости от заданных показателей качества обнаружения установлены пороги. Если значение коэффициента разложения превышает порог, принимается решение о наличии соответствующей базисной функции в принимаемом сигнале, и на выходе блока вычисления коэффициентов появляется высокий (единичный) уровень напряжения. Таким образом, на выходах данного блока формируется код, идентичный тому, который был записан в регистре RG1 устройства кодирования. Восстановленный код сообщения сохраняется в регистре RG 2 и используется по назначению.

В настоящее время найдено множество наборов базисных функций, которые можно разделить на три группы: гармонические (Фурье, Хартли); негармонические (Уолша, Радемахера, Хаара); вейвлет-преобразования. Основными требованиями к базисным функциям являются простота формирования; простота обработки, то есть простота вычисления коэффициентов разложения; помехозащищенность.

При создании и эксплуатации радиоэлектронных устройств наиболее распространено преобразование Фурье и спектральный анализ. Этому способствовало то, что, с одной стороны, математический аппарат такого преобразования удобен и хорошо отработан, а с другой стороны, аналоговая аппаратура обработки характеризуется частотными свойствами, которые хорошо согласуются со спектральным представлением сигналов. Для

вычисления амплитуды (модуля) гармонической функции не имеет значения ее начальная фаза, то есть не возникает проблема синхронизации при обработке принятого сигнала.

В последнее время широкое распространение получили негармонические преобразования на основе функций Уолша. Эти функции принимают только два значения: +1 и -1. Поэтому при вычислении коэффициентов разложения (4) операция умножения (самая трудоемкая и продолжительная в цифровой технике) не требуется, расчет интеграла (4) сводится к суммированию прямых и инверсных значений преобразуемого сигнала. Простота обработки – это основное достоинство преобразований в базисе Уолша, однако для формирования таких функций нужны специальные генераторы.

В настоящее время существует достаточно большое количество схем генераторов функций Уолша [2]. Один из возможных вариантов схемы генератора первых восьми функций представлен на рис. 3.

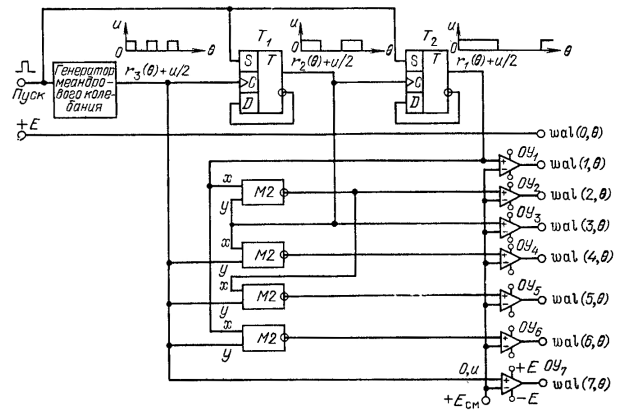


Рисунок 3. Генератор первых восьми функций Уолша

Алгоритм формирования функций Уолша в этом генераторе основан на перемножении функций Радемахера: $r_1(\theta)$, $r_2(\theta)$ и $r_3(\theta)$. Функция $r_3(\theta)$ типа мейндр вырабатывается непосредственно задающим генератором и имеет максимальную частоту для используемого набора базисных функций. Функции $r_2(\theta)$ и $r_1(\theta)$ получают при помощи триггеров со счетным входом путем деления частоты входного сигнала на 2 (на рис. 3 изображен D-триггер Т в счетном режиме). Для получения остальных функций Уолша в качестве умножителей используются сумматоры по модулю 2 с инверсными выходами (на рис. 3 обозначены M2). Следует отметить, что на выходе триггеров и схем сложения по модулю 2 напряжение имеет два уровня 0 и 1, в то время как функции Уолша по определению имеют уровни -1 и +1. Преобразование уровней осуществляют

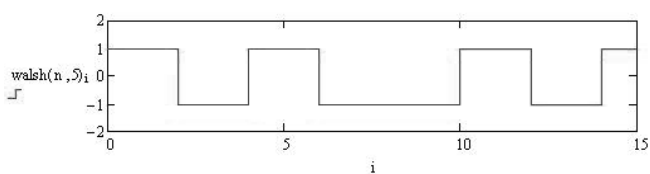


Рисунок 4. Пятая базисная функция Уолша

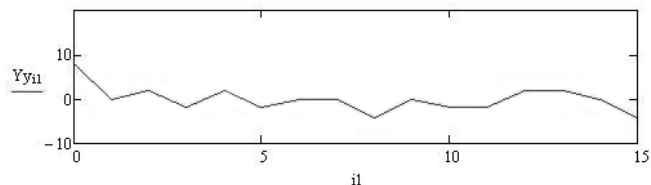


Рисунок 6. Информационный сигнал в результате сложения 8 функций Уолша

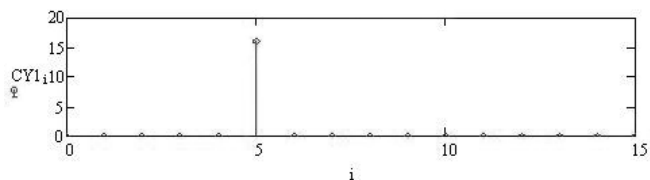


Рисунок 5. Результат преобразования функции walsh (n, 5) в базисе Уолша

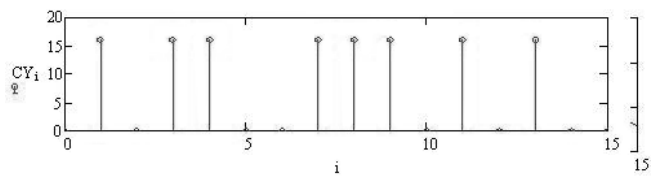


Рисунок 7. Восстановление переданного кода

операционные усилители, которые сравнивают входной сигнал с напряжением смещения $E_{см} = 1/2$.

С целью проверки возможности использования базиса Уолша для кодирования информации проведено математическое моделирование работы системы кодирования и декодирования информации.

На рис. 4 приведен график функции Уолша, которая является пятой функцией в ортогональном базисе. На рис. 5 показан результат преобразования в базисе Уолша такого сигнала. Как видно из рис. 5, только один (пятый) коэффициент разложения не равен нулю. На рис. 6 приведен график информационного сигнала Y_{y11} , представляющего собой сумму девяти базисных функций.

Слагаемыми являются функции с номерами 1, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 13.

Если принять, что первая базисная функция соответствует самому старшему разряду кода, который формируется из 15 функций, тогда суммарный информационный сигнал содержит код

$$K_w := (101100111010100)$$

На рис. 7 показан результат ортогонального преобразования такого сигнала в базисе Уолша, где видно, что коэффициенты разложения, не равные нулю, соответствуют номерам слагаемых гармоник, а массив коэффициентов соответствует переданному коду.

Проведенные расчеты показали, что массив коэффициентов разложения не зависит от временного сдвига функций. Это подтверждает вывод о том, что данный способ передачи информации не требует синхронизации во времени.

Выводы

Выполненный анализ обосновывает возможность использования ортогональных функций, в частности функций Уолша для кодирования информации. Такой способ кодирования не требует синхронизации и позволяет увеличить объем передаваемой информации по узкополосным каналам связи в условиях жесткого ограничения на время передачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахмед Н., Рао К. Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. М.: Связь, 1980.
2. Хармут Х. Теория секвентного анализа. М.: Мир, 1980.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Егоренков Леонид Семенович, к.т.н., старший научный сотрудник, чл.-корр. РАН, заведующий кафедрой, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, 190005, Санкт-Петербург, ул. 1-я Красноармейская, д. 1, тел.: 8 (921) 444-17-12, e-mail: bgty_e6@mail.ru.

Митюшов Александр Иванович, к.т.н., доцент, профессор кафедры, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, 190005, Санкт-Петербург, ул. 1-я Красноармейская д. 1, тел.: 8 (921) 444-17-12, e-mail: bgty_e6@mail.ru.

Карпов Сергей Анатольевич, к.т.н., доцент кафедры, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, 190005, Санкт-Петербург, ул. 1-я Красноармейская д.1, тел.: 8 (921) 444-17-12, e-mail: bgty_e6@mail.ru.

Архипова Ирина Владимировна, аспирант, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, 190005, Санкт-Петербург, ул. 1-я Красноармейская д.1, тел.: 8 (921) 444-17-12, e-mail: bgty_e6@mail.ru.

INFORMATION ENCODING WITH WALSH FUNCTION

This work is accomplished with support of Education and Science Ministry of Russian Federation as the part of science research work № И-А5–4502. A Method of encoding information with use of an orthogonal function. It doesn't require synchronization pattern comparing to the impulse method what increases the size of transferred information in limited in time code package. Walsh-function is used as a basis orthogonal function, what allows simplifying the processing of accepted signal. This article shows results of modeling the information transferring process and structural schemes of devices that allow implementation of offered method.

Keywords: information coding, orthogonal functions, orthogonal transformations, Walsh functions, signal detection.

REFERENCES

1. Akhmed N., Rao K. R. *Ortogonalnye preobrazovaniya pri obrabotke tsifrovyykh signalov* [Orthogonal transformations in processing of digital signal]. M.: Svyaz, 1980.
2. Kharmut Kh. *Teoriya sekventnogo analiza* [Theory of sequection analysis]. M.: Mir, 1980.

AUTHORS

Egorenkov Leonid, PhD, Professor, Baltic state technical university «VOENMEH», 1, 1st Krasnoarmeiskaya st., St.Petersburg, 190005, tel.: +7 (921) 444-17-12, e-mail: bgty_e6@mail.ru.

Mitjushov Alexander, PhD, Assistant Professor, Baltic state technical university «VOENMEH», 1, 1st Krasnoarmeiskaya st., St.Petersburg, 190005, tel.: +7 (812) 316-24-77, e-mail: bgty_e6@mail.ru.

Karpov Sergei, PhD, Assistant Professor, Baltic state technical university «VOENMEH», 1, 1st Krasnoarmeiskaya st., St.Petersburg, 190005, tel.: +7 (812) 316-24-77, e-mail: bgty_e6@mail.ru.

Arkhipova Irina, Postgraduate, Baltic state technical university «VOENMEH», 1, 1st Krasnoarmeiskaya st., St.Petersburg, 190005, tel.: +7 (921) 448–09–82, e-mail: bgty_e6@mail.ru.